К вопросу определения релаксационных констант уравнения связи максвелла для жестких полимеров в задачах устойчивости.

И.И. Кулинич, С.Б. Языев, С.Б. Языева
Ростовский государственный строительный университет

Во многих работах [1-5 и др.] показано, что вязкоупругое поведение полимеров хорошо описывается нелинейным обобщенным уравнением Максвелла, сформулированным российским ученым Г.И. Гуревичем. Для одномерного случая нагружения это уравнение имеет вид:

$$\frac{d\varepsilon_s^*}{dt} = \frac{\sigma}{\eta_{0s}^*} \exp\left(\frac{\sigma - E_\infty}{m_s^*}\right) \quad (1)$$

где ε_s^* - s-тая составляющая спектра высокоэластической деформации, η_{0s}^* - начальная релаксационная вязкость, $E_{\infty s}$ - модуль высокоэластичности, m_s^* - модуль скорости деформации.

В данной работе на основе результатов экспериментальных исследований изотермической релаксации температурных напряжений представлен метод определения релаксационных констант уравнения (1).

В качестве объекта исследования рассматривались: полиметилметакрилат, имеющий линейную структуру, и эпоксидная смола ЭДТ-10, имеющую сетчатую структуру. Эксперимент проводился на тонкостенных трубках, с жестко защемленными торцами. Нагревание или охлаждение от начальной температуры T_0 до конечной температуры T_r (температуры релаксации) осуществлялось с постоянной скоростью нагревания (охлаждения) $\frac{dT}{dt}$ по линейному закону:

$$T(r,t) = T_0 \pm \frac{dT}{dt} t$$

В момент времени t_r в образце достигалась температура T_r и напряжения σ_0, которые были начальными для процесса изотермической релаксации температурных напряжений.

Если $T_r > T_0$ (нагревание), напряжения со временем уменьшались и через определенное время стремились к горизонтальной асимптоте, соответствующей напряжению σ_k.

Как показывает эксперимент, конечные напряжения σ_k в процессе изотермической релаксации температурных напряжений не зависят от скорости нагревания (охлаждения) $\frac{dT}{dt}$ и, таким образом, от начальных напряжений σ_0. Но напряжения σ_k зависят от температуры релаксации T_r и температурного перепада $\Delta T = T_r - T_0$. Эта зависимость для обоих полимеров может быть записана в виде:

$$\sigma_k(T_r) = -A(T_r) \cdot \Delta T \quad (2)$$

Таким образом, из этой экспериментальной зависимости мы можем найти $A(T_r)$. Введем абсолютный и относительный перепады напряжений $(\sigma - \sigma_k)$ и $\frac{(\sigma - \sigma_k)}{(\sigma_0 - \sigma_k)}$. Тогда из экспериментальных кривых $\sigma(t)$ мы можем вывести кривую зависимость $\ln\left[\frac{(\sigma - \sigma_k)}{(\sigma_0 - \sigma_k)}\right]$ как функцию времени t. Из этих кривых можно заметить, что они после некоторого времени становятся прямыми линиями, и можно написать:

$$\ln\left[\frac{(\sigma-\sigma_k)}{(\sigma_0-\sigma_k)}\right]=-B^{t+V(|\sigma_0-\sigma_k|)}$$

Таким образом, мы можем получить константы B и V.

Ниже показано, что три эмпирических константы (A,B,V) имеют теоретические аналоги из обобщенного уравнения Максвелла, если мы рассматриваем только одну составляющую вязкоупругой деформации.

Положим, что полная деформация ε является суммой:

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}+\varepsilon^*+\varepsilon_T \tag{3}$$

Здесь $\frac{\sigma}{E}$ - упругая деформация; ε^*-высокоэластическая деформация, $\varepsilon_T=\int\limits_{T_0}^{T}\alpha(T)dt=\alpha\Delta T$ - температурная деформация.

Поскольку торцы образца защемлены, можно положить $\varepsilon=0$ и при определенной температуре $\varepsilon_T=const$. Тогда из (1) и (3) получим:

$$\frac{d\sigma}{dt}=-\frac{\sigma(E+E_\infty)-EE_\infty\varepsilon_T}{\eta_0^*}\exp\left|\frac{\sigma(E+E_\infty)-EE_\infty\varepsilon_T}{Em_s^*}\right| \tag{4}$$

Принимая во внимание, что в конце изотермической релаксации температурных напряжений $(t\to\infty)\,\frac{d\sigma}{dt}\to 0$, из (4) мы можем получить

$$\sigma_k=\frac{EE_\infty\varepsilon_T}{E+E_\infty}=\frac{EE_\infty}{E+E_\infty}\alpha\Delta T$$

Этот результат соответствует (2), и мы имеем

$$A=\frac{EE_\infty}{E+E_\infty}\alpha$$

Таким же образом мы можем получить формулы для констант B и V.

$$B=\frac{E+E_\infty}{\eta_0^*}$$

$$V(|\sigma_0-\sigma_k|)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\left[|\sigma_0-\sigma_k|\cdot\frac{E+E_\infty}{(Em^*)}\right]^n}{nn!}$$

Если в (1) формально заменить экспоненту единицей, то получим линейную (или линеаризованную) теорию. Нетрудно показать, что линейная теория дает другие результаты и не позволяет описать процесс изотермическую релаксацию температурных напряжений.

Выводы

Таким образом, если в (1) формально заменить экспоненту единицей, то получим линейную (или линеаризованную) теорию. Нетрудно показать, что линейная теория дает другие результаты и не позволяет описать процесс изотермической релаксации температурных напряжений.

Литература

1.Андреев В.А. Некоторые задачи и методы механики неоднородных тел. М.:

АСВ, 2002.- 288 с.
2.Турусов Р.А. Механические явления в полимерах и композитах. Докт. дисс., М., 1983. – 363 с.
3.Рабинович А.Л. Введение в механику армированных полимеров, - М.: «Наука», 1970.- 482 с.
4.Гуревич Г.И. Деформируемость сред и распространение сейсмических волн. – М.: Наука, 1974.- 482с.
5.Язьев Б.М. Устойчивость жесткого сетчатого полимерного стержня с учетом начальных несовершенств. – М.: Обозрение прикладной и промышленной математики, 2008, Том 15, вып. 2.
6.Самарский А.А., Андреев В.Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. - М.: Наука, 1976. - 352 с.
7.Аскадский А.А. Деформация полимеров. – М.: Химия, 1973. - 448 с.