

## Математическая оценка на основе метода Лотки –Вольтерры количественных показателей переработки соломистого сырья при комбайновой уборки зерновых

*М.Н. Московский<sup>1</sup>, А.А. Гуляев<sup>1</sup>, В.Н. Сидоров<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> *Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ*

<sup>2</sup> *Калужский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «МГТУ им. Н.Э. Баумана», г. Калуга*

**Аннотация:** В ходе комбайновой уборки зерновых культур образуется значительное количество солоmistых остатков, которые могут быть использованы как сырье для последующей переработке. Для оценки объемов соломы, подходящей для переработки для различных нужд агропромышленного комплекса предлагается применить метод Лотки-Вольтерры. С помощью данного метода возможно прогнозировать образование солоmistых остатков в зависимости от исходных показателей при уборке.

**Ключевые слова:** солоmistые остатки, переработка солоmistого сырья, моделирование, метод Лотки-Волтерры.

### Введение

В процессе уборки зерновых культур остается значительное количество солоmistой части урожая колосовых культур, которая перерабатывается на 10-15% [1-3]. При уборке комбайновым способом солоmistой часть либо остается в поле (для мульчирования), либо частично используется в животноводстве [4].

Существуют различные направления по переработки солоmistых остатков, начиная от глубокой переработки до применения в качестве комовых добавок [5].

С учетом различных исходных параметров при уборке, таких как геометрические характеристики поля, урожайность зерновых культур, продолжительность уборки, объем полученных солоmistых остатков значительно варьируются. Для определения направления переработки необходимо точно прогнозировать объем полученного солоmistого сырья [6,7].

Цель исследования – провести математическую оценку на основе метода Лотки-Вольтерра количественных показателей переработки соломистого сырья при комбайновой уборке зерновых культур.

**Материалы и методы.**

Исследования по использованию соломы как сырья для производства различных продуктов известны и результаты данных исследований активно применяются во всем мире. Для оценки количественных показателей переработки соломы была использована следующая система переработки (рис.1).

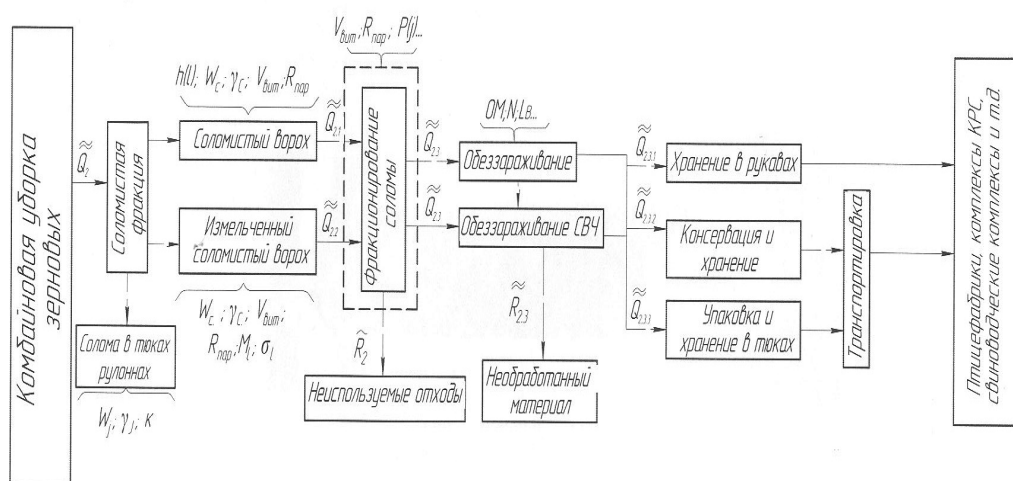


Рис.1 - Система переработки соломистого остатков

Данная система описывает модель переработки соломистого сырья в подстилочный материал для ПТФ. Система уравнений Лотки – Вольтерры находит применение в различных сферах производства, но также часто используется при моделировании экономических и технических систем [8,9,10].

**Результаты исследований**

Опишем формально динамическую систему с непрерывным временем, моделирующую динамику процесса переработки соломистого сырья.

$$\dot{Q} = (\dot{Q}_1, \dot{Q}_2, \dot{Q}_3, \dots, \dot{Q}_n) \in R_+^n \tag{1}$$

$$R_+^n = \{Q \in R^n : Q \geq 0\} \quad (2)$$

где запись  $\dot{Q}$  для вектора  $Q$  обозначает, что  $\dot{Q}_1, \dot{Q}_2, \dot{Q}_3, \dots, \dot{Q}_n \geq 0$

В первом приближении состояние этой системы можно описать парой чисел  $Q$  и  $\dot{H}$ , где  $Q$  - характеристика общего уровня соломистого вороха, а  $\dot{H}$  — характеристика состояния (плотность соломистой массы).

Итак, если  $Q(t)$  – объем соломы с поля,  $\dot{H}(t)$  – объем переработанной соломы в момент времени  $t$ . Описание модели по типу Лотки-Вольтерра имеет вид

$$\begin{cases} \dot{Q} = eQ - zQ\dot{H}, \\ \dot{\dot{H}} = -k\dot{H} + rQ\dot{H}; \end{cases} \quad (3)$$

где  $e > 0$  - коэффициент производительности переработки соломистого вороха,  $r > 0$  – коэффициент суммарного объема посторонних смесей (рассмотрен как вектор входных воздействий на систему),  $z > 0$  и  $k > 0$  – параметры, описывающие эффективность процессов.

Основные предположения, положенные в основу системы (3) характеризуются следующими гипотезами: солома направляется на переработку после уборки, содержание сорных примесей неограниченна ( $\dot{Q} = eQ$ ); переработка соломы в отсутствии не нужна ( $\dot{\dot{H}} = -k\dot{H}$ ); слагаемые, пропорциональные члену  $Q\dot{H}$ , рассматриваются как переход соломы, путем переработки, в продукт потребляемый данным предприятием.

Рассматривая систему (3) в качестве математической модели переработки соломы естественно считать фазовым пространством множество  $R_+^2 = \{Q, \dot{H} : Q \geq 0, \dot{H} \geq 0\}$ , которое является инвариантным, так как любая

траектория, начинающаяся в  $R_+^2$ , не может пересечь линии  $\bar{Q} = 0$  и  $\bar{H} = 0$ , являющиеся фазовыми кривыми.

Безразмерные переменные системы принимают вид

$$\begin{cases} \dot{\bar{q}} = \bar{q}(1 - \bar{h}), \\ \dot{\bar{h}} = l\bar{h}(\bar{q} - 1) \end{cases} \quad (4)$$

где  $\bar{q}(\tau) = \frac{k}{r} Q(\tau)$ ,  $\bar{h}(\tau) = \frac{a}{e} H(\tau)$ ,  $\tau = et$ ,  $l = \frac{r}{e}$

Пространство состояний  $R_+^2$ - общее множество вариации переработки соломыстых отходов, двухмерное пространство заполнено замкнутыми траекториями, которым отвечают периодические решения  $\bar{q}(\tau), \bar{h}(\tau)$  – время переработки и объем переработки соломы.

Фазовые кривые системы (2) являются интегральными кривыми уравнения.

$$\frac{d\bar{h}}{d\bar{q}} = l \frac{\bar{h}(\bar{q}-1)}{\bar{q}(1-\bar{h})} \quad (5)$$

общее решение которого

$$l\bar{q} + \bar{h} - \ln \bar{q}^l \bar{h} = D \quad (6)$$

где  $D > D_{\min} = 1 + l$ , где  $D$  – конечный объем продукта переработки соломы  $D_{\min}$  – минимум функции  $H(\bar{q}, \bar{h})$ , который достигается в точке  $\bar{q} = 1, \bar{h} = 1$ .  $D_{\min}$  – объем необходимый для нужд хозяйства. То есть

уравнение частных решений 1-6 имеет вид:

$$\begin{aligned} l\bar{q}_1 + \bar{h}_1 - \ln \bar{q}_1^l \bar{h}_1 = D & \quad l\bar{q}_4 + \bar{h}_4 - \ln \bar{q}_4^l \bar{h}_4 = D \\ l\bar{q}_2 + \bar{h}_2 - \ln \bar{q}_2^l \bar{h}_2 = D & \quad l\bar{q}_5 + \bar{h}_5 - \ln \bar{q}_5^l \bar{h}_5 = D \end{aligned} \quad (7)$$

$$l\bar{q} + \bar{h}_3 - \ln \bar{q}_3 \bar{h}_3 = D \quad l\bar{q} + \bar{h}_6 - \ln \bar{q}_6 \bar{h}_6 = D$$

Действительно,  $D_{\bar{q}}(1,1) = 0$ ,  $D_{\bar{h}}(1,1) = 0$  и  $D_{\bar{q}\bar{q}}(1,1) < 0$ ,  $D_{\bar{q}\bar{h}}(1,1) = 0$ ,  $D_{\bar{h}\bar{h}}(1,1) < 0$ . Легко проверить, что  $L_c D(\bar{q}, \bar{h}) = 0$  и следовательно, функция  $D(\bar{q}, \bar{h}) = 0$  задает первый интеграл системы. Анализируя линии уровня функции  $D(\bar{q}, \bar{h})$ , можно показать, что для любых  $D > D_{\min}$  они являются замкнутыми кривыми.

### Выводы

Для того чтобы численно проанализировать полученные результаты, была посчитана неувязка системы:

$$\sum_{i=0}^9 (N(t_i) - N_L)^2 = 643.903$$

а также относительная погрешность

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=0}^9 (N(t_i) - N_L)^2}{\sum_{i=0}^9 (N(t_i))^2}} = 0.022$$

Такой результат говорит о том, что наша модель адекватна и с высокой точностью. Метод Лотки-Вальтерры подходит для описания представленной технической модели по переработки соломистой части урожая колосовых культур.

### **Литература**

1. Московский М.Н. Синтез системных решений для технологического процесса получения семян на основе структурно-функционального моделирования: дис. ... д-р. тех. наук: 05.20.01 - Технологии и средства механизации сельского хозяйства. Ростов-на-Дону, 2017. С. 106-107.



2. J. Liu, D. A. Lobb, Y. Chen, R. L. Kushwaha Steady-State Models for the Movement of Soil and Straw During Tillage with a Single Sweep // Transactions of the ASABE. 2008. №51(3). pp. 781-789.
  3. Московский М.Н., Гуляев А.А. Хоанг Нгиа Дат, Веснин В.Н. Совершенствование методологии определения многокомпонентной среды отходов продукции животноводства // Инженерный вестник Дона. 2012. № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/836](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/836)
  4. Стружкин Н.И., Жалнин Э.В., Рожин В.Ф. Математическая модель расчёта параметров и технико-экономической эффективности уборочной системы «поле-комбайн-транспорт-зерноток» / ВНТИУ ФАП 50200500607-2005. С. 25-28.
  5. Московский М.Н., Гуляев А. А., Погорелов А. В., Марков А. П., Бойко А. А. Центробежное фракционирование соломистой массы // Инженерный вестник Дона. 2011. № 3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2011/477](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2011/477)
  6. Янко В.М. Вероятностная модель зернового материала, поступающего на предприятия послеуборочной обработки зерна // Земледельческая механика, 1968, т. 10, С. 231-239.
  7. Remigio Berruto, Patrizia Busato, Norbert Froeba, Mathias Funk Combination of simulation and web tools for immediate result transfer to the user: the case of biomass harvest // Transactions of the ASABE. 2010. 51(3). pp. 71-79.
  8. Поздеев А.Г., Кузнецова Ю. А., Сапцин В. П. Обобщение модели экологии популяций Лотки-Вольтерры на основе принципов системной динамики // Вестник Мар ГТУ. 2011. №2. С.94-101.
  9. Казаков А. О., Баханова Ю. В., Коротков А. Г. Спиральный хаос в моделях типа Лотки-Вольтерры // Журнал Средневолжского математического общества. 2017. Т. 19. № 2. С. 13-24.
-

10. Ларина Т.Н., Глебова Г.М., Винник Е.В. Модификация метода Прони при приеме сигналов векторно-скалярной антенной // Инженерный вестник Дона. 2012. № 4. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1094](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1094)

### Reference

1. Moskovskij M.N. Sintez sistemnyh reshenij dlja tehnologicheskogo processa poluchenija semjan na osnove strukturno-funkcional'nogo modelirovanija [Synthesis of system solutions for the technological process of obtaining seeds on the basis of structural-functional modeling]: dis. ... d-r. teh. nauk: 05.20.01 Tehnologii i sredstva mehanizacii sel'skogo hozjajstva. Rostov-na-Donu, 2017. pp 106-107.
  2. J. Liu, D. A. Lobb, Y. Chen, R. L. Kushwaha Transactions of the ASABE. 2008. №51(3). pp. 781-789.
  3. Moskovskij M.N., Guljaev A.A. Hoang Ngia Dat, Vesnin V.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2012. № 2. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/836](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/836)
  4. Struzhkin N.I., Zhalnin Je.V., Rozhin V.F. Matematicheskaya model' raschyota parametrov i tekhniko-ekonomicheskoy effektivnosti uborochnoj sistemy «pole-kombajn-transport-zerotok» [Mathematical model for calculating the parameters and technical and economic efficiency of the harvesting system “field-combine-transport-grain-flow”]. VNTIU FAP 50200500607-2005. pp.25-28.
  5. Moskovskij M.N., Guljaev A. A., Pogorelov A. V., Markov A. P., Bojko A. A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2011. № 3. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n3y2011/477](http://ivdon.ru/magazine/archive/n3y2011/477).
  6. Janko V.M. Zemledel'cheskaja mehanika. 1968, t. 10, pp. 231-239.
  7. Remigio Berruto, Patrizia Busato, Norbert Froeba, Mathias Funk Transactions of the ASABE. 2010. Transactions of the ASABE. 2010. 51(3). pp. 71-79.
  8. Pozdeev A.G., Kuznecova Ju. A., Sapcin V. P. Vestnik Mar GTU . 2011.№2. pp.94-101.
-



9. Kazakov A. O., Bahanova Ju. V., Korotkov A. G. Zhurnal Srednevolzhskogo matematicheskogo obshhestva. 2017. T. 19. № 2. pp. 13-24.
10. Larina T.N., Glebova G.M., Vinnik E.V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2012. № 4. URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1094](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p1y2012/1094).