

Определение периода и формы собственных колебаний зданий и сооружений при сейсмическом воздействии с учетом податливости основания

О.Г. Земцова

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, Пенза

Аннотация: В статье представлен способ определения динамических характеристик (периода и формы собственных колебаний) зданий и сооружений с учетом податливости основания при сейсмическом воздействии. При этом учитывается также неравномерность осадки при возведении сооружений на различных грунтах. Полученные формулы могут быть использованы при создании математической модели совместной работы системы «основание – сооружение».

Ключевые слова: сооружение, динамика, собственные колебания, период колебаний, форма колебаний, податливость основания, сейсмическое воздействие.

Периоды свободных колебаний идентичных сооружений, возведенных на различных грунтовых основаниях могут значительно отличаться даже при упругой работе системы «основание – сооружение» [1-3]. При работе системы «основание – сооружение» за пределами упругости эти расхождения будут весьма существенными [4, 5].

Период собственных колебаний P_i зданий и сооружений с учетом деформативности самого сооружения (V) и деформативности основания (V_c, θ) может быть определен по формуле:

$$P_i^4 - v \left[\frac{P_{iy}^2 \cdot P_c^2}{P_{iy}^2 + P_c^2} + P_\theta^2 \right] P_i^2 + v \cdot \frac{P_{iy}^2 \cdot P_c^2 \cdot P_\theta^2}{P_{iy}^2 + P_c^2} = 0, \quad (1)$$

где $P_{iy}^2 = K_{iy} / M$,

$P_c^2 = K_c / M$,

$P_\theta^2 = (K_\theta - Mgh) / (I_m + Mh^2)$,

M – масса сооружения,

K_{ij}, K_c, K_θ – коэффициенты жесткости сооружения и основания при сдвиге и повороте,

h – расстояние от подошвы фундамента до центра инерции массы,

I_m – момент инерции массы: $I_m = \frac{M}{12}(a^2 + H^2)$,

$$\nu = \frac{I_m + Mh^2}{I_m},$$

a, H – ширина и высота здания.

Задача определения формы и периодов колебаний сооружений при сейсмическом воздействии с учетом свойств грунтового основания решена следующим способом. Полное перемещение массы M сооружения при сейсмических воздействиях с учетом податливости основания записывается в виде (рис. 1):

$$Y_1 = Y_0 + Y_c + \theta h + YK_i(X).$$

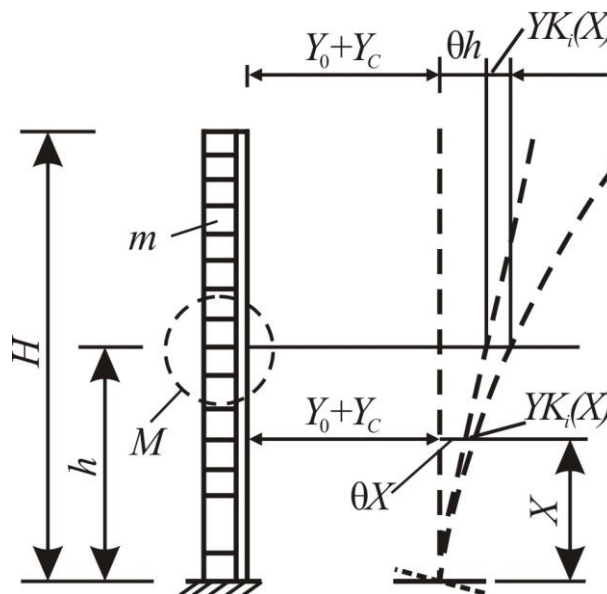


Рис. 1. – Схема сооружения при сейсмическом воздействии

Пользуясь уравнениями Лагранжа, можно получить:

$$\begin{cases} Y = D \cdot P_c^2 (\nu P_\theta^2 - \omega_i^2) K_i(X) \\ Y_c = D \cdot P_{iy}^2 (\nu P_\theta^2 - \omega_i^2) \\ \theta = D \cdot \frac{\nu - 1}{H} \cdot P_{iy}^2 \cdot P_c^2 \end{cases}, \quad (2)$$

где ω_i – частота колебаний грунта, Y_0 – перемещение грунта,

$$D = \frac{\frac{\tau_0}{P_{iy}^2 + P_c^2} \cdot \sin \omega t}{\omega_i^4 - v \left(\frac{P_{iy}^2 \cdot P_c^2}{P_{iy}^2 + P_c^2} + P_0^2 \right) \omega_i^2 + v \cdot \frac{P_{iy}^2 \cdot P_c^2 \cdot P_0^2}{P_{iy}^2 + P_c^2}}.$$

Как видно из уравнений (2), если сдвиг Y_c и поворот θ сооружения из-за податливости основания происходит в функции времени t , то деформация самого сооружения Y происходит в функциях X и t . Этот фактор отражает множитель $K_i(X)$. Множитель $K_i(X)$ представляет собой форму колебаний жестко заделанной системы. В сечении X (рис. 1) деформация от сдвига и поворота равна $Y_c(t) + \theta(t) \cdot X$, а прогиб самого сооружения – $Y(t) \cdot K_i(X)$. Здесь множитель $K_i(X)$ может изменяться в пределах $0 \leq |K_i(X)| \leq 1$, т.е. при $X=0$ $K_i(0) = 0$, при $X=H$ $K_i(H) = 1$.

Полное перемещение системы будет определяться по формуле:

$$Y_1 = D \left[P_c^2 (vP_0^2 - \omega_i^2) K_i(X) + P_{iy}^2 (vP_0^2 - \omega_i^2) + \frac{v-1}{H} P_{iy}^2 P_c^2 \cdot X \right].$$

При явлении резонанса, когда $\omega_i = P_i$, т.е. при равенстве частоты вынужденных колебаний и частоты собственных колебаний, форму деформации системы можно записать в следующем виде:

$$X_i(X, t) = (vP_0^2 - P_i^2) (P_{iy}^2 + P_c^2 \cdot K_i(X)) + (v-1) P_{iy}^2 P_c^2 \cdot \frac{X}{H}. \quad (3)$$

Выражение (3) отражает характер деформации любой системы, совершающей изгибные, сдвиговые или изгибно-сдвиговые колебания на податливом основании. В формуле (3) отсутствует общий множитель D , который сокращается при определении коэффициента формы колебаний.

Для вычисления частоты колебаний P_i и формы колебаний $X_i(X, t)$ системы необходимо предварительно вычислить параметры P_c , P_0 , v , P_{iy} :

$$P_c^2 = \frac{0,7G_z I_\Phi}{M},$$

$$P_{\theta}^2 = \frac{2G_z I_{\phi} + Mgh}{\frac{M}{12}(a^2 + H^2) + Mh^2},$$

$$v = 1 + \frac{Mh^2}{\frac{M}{12}(a^2 + H^2)}.$$

Для систем, работающих:

$$\text{– на сдвиг: } P_{iy}^2 = \frac{(2i-1)^2 \pi^2 \beta GF}{4H^2 m},$$

$$\text{– на изгиб: } P_{iy}^2 = \frac{d_i^2 \sqrt{EJ}}{H^2 \sqrt{m}},$$

$$\text{– на изгиб со сдвигом: } P_{iy}^2 = \frac{EJ \lambda_{iy}^2}{m(1 + \alpha \lambda_{iy}^2)} \text{ или } P_{iy}^2 = \frac{EJ \bar{\lambda}_{iy}^2}{m(1 - \alpha \bar{\lambda}_{iy}^2)},$$

где G_z – коэффициент упругого равномерного сжатия грунта,

I_{ϕ} – момент инерции площади основания фундамента,

βGF – сдвиговая жесткость,

EJ – изгибная жесткость сооружения,

$\alpha_1 = 3,51$; $\alpha_2 = 22,034$; $\alpha_3 = 61,6$,

$$\left(H \bar{\lambda}_{iy} \right)^2 = \frac{\left(H \lambda_{iy} \right)^2}{\left(1 + \alpha \lambda_{iy}^2 \right)}, \quad \alpha = \frac{EJ}{\beta GF}.$$

Значения $(H \lambda_{iy})$ определяются по графику [6] в зависимости от величины α/H^2 .

Множитель $K_i(X)$ определяется по следующим формулам для систем, работающих:

$$\text{– на сдвиг: } K_i(X) = \sin \lambda_i X,$$

$$\text{– на изгиб: } K_i(X) = \operatorname{ch} \lambda_i X - \cos \lambda_i X - T_i (\operatorname{sh} \lambda_i X - \sin \lambda_i X),$$

где соответственно для первой, второй и третьей форм колебаний $T_1=0,74$; $T_2=1,02$; $T_3=1,00$;

– на изгиб со сдвигом: $K_i(X) = \sin \lambda_i X - A_i (\cos \lambda_i X - \operatorname{ch} \bar{\lambda}_i X) - B_i \operatorname{sh} \bar{\lambda}_i X$.

Коэффициенты A_i и B_i для первой и второй форм колебания принимаются по графику [6] в зависимости от величины α/H^2 .

Представленные формулы (1, 3) позволяют определить периоды и формы свободных колебаний зданий и сооружений с конечной жесткостью с учетом свойств грунтового основания. Учет неравномерности осадки грунтов позволяет уменьшать изгибающие и сдвиговые факторы в среднем на 8-10%, что даёт возможность при проектировании зданий и сооружений более полно учитывать свойства грунтового основания [7, 8]. Точный учет влияния различных факторов на динамику сооружений крайне важен при настройке и оптимизации параметров сейсмозащиты [9, 10], а так же для исследования и оценки сейсмической надежности зданий и сооружений [11].

Литература

1. Хан А.С. Влияние упругих свойств грунтового основания на работу стального каркаса одноэтажного здания при сейсмической нагрузке // Студенческий вестник. 2020. №5-4 (103). С. 54-59.

2. Дроздов В.В. Оценка сейсмической надежности зданий на основе модели МКЭ // VI Международная научно-техническая конференция «Надежность и долговечность строительных материалов, конструкций и оснований фундаментов». Волгоград, 2011. С. 142-146.

3. Shein A., Zemtsova O. The Dynamics of the System "Elastic Foundation-High Rise Construction-Dynamic Ring-Type Damper" // Journal of Engineering and Applied Sciences. 2016. Т. 11. № 11. Pp. 2424-2429.

4. Аксёнов Н.Б., Аушев М.В. Исследование влияния соотношения жесткостей конструктивной системы на динамические параметры многоэтажного здания в зависимости от сейсмичности площадки //

Инженерный вестник Дона. 2017. №4.

URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4416.

5. Евтушенко И.И., Тютина А.Д., Кудряшов Д.И., Нуриев В.Э. К вопросу проектирования высотных зданий в сейсмически активных районах //

Инженерный вестник Дона. 2019. №1.

URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5510.

6. Корчинский И.Л., Бородин Л.А., Гроссман А.Б., Преображенский В.С., Ржевский В.А., Ципенюк И.Ф., Шепелев В.Ф. Сейсмостойкое строительство зданий. М.: Стройиздат, 1971. 320 с.

7. Шеин А.И., Земцова О.Г. Замкнутое решение задачи оптимизации многоэтажных рамных систем из условия устойчивости // Транспортные сооружения. 2018. Т. 5. № 2. С. 6.

8. Shein A.I., Zemtsova O.G. Analytical solution of optimization problem of stability of frame systems // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. P. 042065

9. Выскребенцева М.А., Бу Ле.К. Методы сейсмогашения и сейсмоизоляции с применением специальных устройств // Инженерный вестник Дона. 2019. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5656.

10. Алишев С.Т. Сейсмозащита конструкций и методы повышения сейсмостойкости зданий // Точная наука. 2020. № 92. С. 19-25.

11. Пшеничкина В.А., Шушпанова А.Г. Методика оценки сейсмической надежности зданий и сооружений // Международная научно-практическая конференция «Научный потенциал молодых ученых для инновационного развития строительного комплекса Нижнего Поволжья». Волгоград, 2011. С. 148-149.

References

1. Khan A.S. Studencheskiy vestnik. 2020. №5-4 (103). Pp. 54-59.

2. Drozdov V.V. VI Mezhdunarodnaya nauchno-tehnicheskaya konferentsiya «Nadezhnost' i dolgovechnost' stroitel'nykh materialov, konstruktsiy i osnovaniy fundamentov». Volgograd, 2011. Pp. 142-146.
3. Shein A., Zemtsova O. The Dynamics of the System "Elastic Foundation-High Rise Construction-Dynamic Ring-Type Damper". Journal of Engineering and Applied Sciences. 2016. T. 11. № 11. Pp. 2424-2429.
4. Aksenov N.B., Aushev M.V. Inzhenernyj vestnik Dona. 2017. №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4416.
5. Evtushenko I.I., Tyutina A.D., Kudryashov D.I., Nuriev V.E. Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5510.
6. Korchinskiy I.L., Borodin L.A., Grossman A.B., Preobrazhenskiy V.S., Rzhhevskiy V.A., Tsipenyuk I.F., Shepelev V.F. Seysmostoykoe stroitel'stvo zdaniy [Earthquake-resistant construction of buildings]. M.: Stroyizdat, 1971. 320 p.
7. Shein A.I., Zemtsova O.G. Transportnye sooruzheniya. 2018. T.5. № 2. P. 6.
8. Shein A.I., Zemtsova O.G. Analytical solution of optimization problem of stability of frame systems. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. P. 042065.
9. Vyskrebentseva M.A., Vu Le.K. Inzhenernyj vestnik Dona. 2019. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2019/5656.
10. Alishev S.T. Tochnaya nauka. 2020. № 92. Pp. 19-25.
11. Pshenichkina V.A., Shushpanova A.G. Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Nauchnyy potentsial molodykh uchenykh dlya innovatsionnogo razvitiya stroitel'nogo kompleksa Nizhnego Povolzh'ya». Volgograd, 2011. Pp. 148-149.