

## Математическое описание процесса формирования дисперсных потоков неоднородных жидкостей

*А.Е. Лебедев, М.Н. Романова*

*Ярославский государственный технический университет, Ярославль*

**Аннотация:** В статье рассматриваются вопросы диспергирования неоднородных жидкостей форсуночными распылителями с целью их разделения на составляющие. Исследуется влияние различных параметров на размер получаемых капель. Для математического описания применяется вероятностный подход, позволяющий получить дифференциальную функцию распределения числа частиц по размерам, которая может лечь в основу инженерной методики расчета данного класса разделителей. Составлено выражение для определения среднего значения угловой скорости внутреннего течения.

**Ключевые слова:** частица, эмульсия, неоднородная жидкость, капли, струя, форсунка, скорость, поток, параметр, разделитель.

Разделение стойких эмульсий на составляющие жидкости является одной из наиболее сложных и трудоемких операций, применяемых в различных отраслях промышленности [1,2,5].

Одним из перспективных направлений разделения стойких эмульсий является метод, основанный на тонком распылении исходной эмульсии при котором струи комплексных жидкостей под действием аэродинамических и поверхностных сил, а также внутренних вихревых течений распадаются на капли исходных жидкостей [1-6]. Основным преимуществом данного метода над существующими способами разделения является отсутствие необходимости применения центробежных, гравитационных и других силовых полей для создания которых необходимы высокие энергозатраты. В связи с новизной предлагаемого способа разделения и отсутствием методик расчета основных режимных и конструктивных параметров авторами работы предложено математическое описание процесса формирования дисперсного факела капель эмульсии форсуночным распылителем. Для описания

---

применим вероятностный метод, успешно зарекомендовавший себя при моделировании многих процессов переработки дисперсных систем.

Согласно данному подходу фазовый объем в процессе распыла неоднородной жидкости задается тремя компонентами: скоростью капли  $v$ , ее размером  $D$  и угловой скоростью внутреннего движения  $\omega$ :

$$d\Gamma = dv dD d\omega,$$

а распределение количества частиц  $dN$  в элементе фазового объема подчиняется выражению:

$$dN = A \exp(-E/E_0) d\Gamma.$$

В этом выражении  $A$  — нормировочная постоянная,  $E_0$  — энергетическая константа.

Стохастическая энергия  $E$  содержит три составляющие — кинетическую, поверхностную и энергию внутреннего движения жидкости:

$$E = \frac{mv^2}{2} + \pi D^2 \sigma + \frac{J(\omega - \omega_0)^2}{2}.$$

Здесь  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения дисперсионной среды,  $J$  — момент инерции капли,  $m$  — масса частицы. Осуществим переход к безразмерным величинам:

$$D = \frac{D}{D_0}, W = \frac{v}{v_0}, \Omega = \frac{\omega}{\Omega_0},$$

где  $D_0$  — диаметр отверстий форсунки,  $v_0$  — скорость движения эмульсии в трубопроводе,  $\Omega_0$  — начальная угловая скорость внутреннего движения жидкости в каплях дисперсионной среды. Выражение для энергии (1) с учетом (1) запишем в следующем виде:

$$E = b_1 + b_2 + b_3,$$

где

$$b_1 = \frac{1}{12} \pi D_0^3 \rho v_0^2 W^2 D^3, b_2 = \pi D_0^2 \sigma D^2, b_3 = \frac{1}{120} \pi D_0^5 D^5 \rho (\omega_0 \Omega - \omega_0)^2.$$

Обозначим сокращенный фазовый объем  $d\Gamma'$ , который с учетом введения безразмерных величин определяется из выражения:

$$d\Gamma' = dDdW.$$

В этом случае дифференциальная функция распределения числа частиц по безразмерному параметру  $\Omega$  задается выражением:

$$f'(\Omega) = \frac{1}{N} \int_{\Gamma'} dN = \\ = A \exp\left(-\left(b_1 D^{-3} + b_2 D^{-2} + b_3 D^{-5}\right) E_0^{-1}\right) b_4^{-1} \left( A b_5 \exp(b_6) (b_7 - b_8) \right)$$

Величины  $b_4$  —  $b_9$  находятся из выражений:

$$b_4 = N D_0 v_0 \sqrt{D_0 \rho E_0^{-1}}, b_5 = D_{max} - D_{min}, \\ b_6 = -\frac{1}{120} \pi D_0^2 E_0^{-1} (120 \sigma + D_0^3 \rho \omega_0^2 \Omega^2 - 2 D_0^3 \rho \Omega \omega_0^2 + D_0^3 \rho \omega_0^2) \\ b_7 = \operatorname{erf}(b_9 W_{min}), \\ b_8 = \operatorname{erf}(b_9 W_{max}) \\ b_9 = D_0 v_0 \sqrt{D_0 \rho E_0^{-1}}$$

Энергетическая константа  $E_0$  может быть вычислена из уравнения энергетического баланса [7-10] системы струя эмульсии - поток образованных капель, составленного для момента выхода частиц из сопла форсунки:

$$E_n = E_k.$$

Здесь  $E_n$  — энергия не распавшейся струи эмульсии, движущейся в сопле форсунки,  $E_k$  — энергия образованного разреженного потока капель.

Энергию не распавшейся струи  $E_n$  определим из выражения:

$$E_n = Q v_0.$$

где  $Q$  — массовый расход эмульсии.

Величину  $E_k$  можно вычислить согласно [2,5] по формуле:

$$E_k = \int_{\Gamma} E dN.$$

Для определения константы  $A$  будем использовать условие нормировки [2].

Составим выражение для определения среднего значения угловой скорости жидкости внутри сформированных капель:

$$\Omega_{cp} = N^{-1} \int_{\Gamma} \Omega dN = \\ = k_1 (A(D_{max} - D_{min})(\operatorname{erf}(k_2 W_{min}) - \operatorname{erf}(k_2 W_{max})) k_8 E_0)$$

Входящие в (1) величины  $k_1$  —  $k_8$  находятся по формулам:

$$k_1 = (D_0^7 v_0 \rho^2 \omega_0^2)^{-1}, k_2 = D_0 v_0 \sqrt{D_0 \rho E_0^{-1}}, \\ k_3 = \exp(\pi D_0^2 (D_0^3 \rho \omega_0^2 (\Omega_{min}^2 - \Omega_{min} + 1) + 120 \sigma)), \\ k_4 = D_0^3 \omega_0 \rho E_0^{-1} (D_0 \rho E_0^{-1})^{-0.5}, k_6 = \sqrt{2 D_0 \rho E_0^{-1}}, \\ k_7 = \pi \exp(-\pi \sigma D_0^2 E_0^{-1}) D_0^3 \rho \omega_0, \\ k_8 = -E_0 k_3 k_6 + k_7 \operatorname{erf}(k_4 (\Omega_{min} - 1)) + E_0 k_5 k_6 + k_7 \operatorname{erf}(k_4 (\Omega_{max} - 1))$$

Данные зависимости позволяют вычислить наиболее вероятное значение угловой скорости, соответствующей распаду комплексных капель на вторичные, представляющие собой капли исходных жидкостей.

Далее определим требуемую скорость истечения жидкости из сопла форсунки при которой достигается  $\Omega_{CP}$ , соответствующая распаду комплексных капель на вторичные капли исходных жидкостей.

Полученные выражения могут лечь в основу инженерной методики расчета разделителей данного типа.

### Литература

1. Зайцев А. И., Бытев Д. О., Зайцев И.А., Лебедев А. Е. Изменения во фракционном составе взаимодействующих дисперсных потоков // Изв. ВУЗов. Химия и химическая технология. – Иваново. 2002, – Т. 45, вып. 7. – С. 88-90.
2. Лебедев А. Е., Зайцев А. И., Петров А.А. Метод оценки коэффициента неоднородности смесей сыпучих сред // Инженерный вестник Дона, 2014, №3 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2556.

3. Верлока И.И., Капранова А.Б., Лебедев А.Е. Современные гравитационные устройства непрерывного действия для смешивания сыпучих компонентов // Инженерный вестник Дона, 2014, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2599.

4. Kapranova A. B., Zaitzev A.I., Bushmelev A.V., Lebedev A.E. The optimization problem of the curvilinear blades from in the powder densification set-up // CHISA 2006: The 17-th Int. Congr. of Chem. Eng., Chem Equip., Desing and Automation. - Praha, Czech. Republic, 2006. P. 1080.

5. Лебедев А. Е., Зайцев А. И., Петров А.А., Шеронова И.С., Суханов А.С. К расчету процесса ударного взаимодействия потока твердых частиц с преградой // Изв. ВУЗов. Химия и химическая технология. – Иваново, 2011. – Т. 54, вып. 6. – С. 105-106.

6. Лупанов А.П. Совершенствование, научное обоснование и промышленное освоение технологического процесса производства асфальтобетонных смесей с использованием «старого» асфальтобетона: дис. ...докт. техн. наук: 05.17.08. Ярославль, 2010. 338 с.

7. Лебедев, А.Е., Зайцев А.И., Бадоев В.А. Метод определения коэффициента отражения частиц от отбойного элемента // Современные проблемы науки и образования. 2014. №6 URL: science-education.ru/120-17050 (дата обращения: 22.01.2015).

8. Kapranova A. B., Zaitzev A.I., Lebedev A.E. Estimation of the layer thickness of the bulk material by its “falling down” the curvilinear blade of the centrifugal breaker // Czasopismo techniczne. Mechanika. - Krakov, Poland, 2012.-V.6, №109. pp.183-188.

9. Лебедев, А.Е., Зайцев А.И. Математическое описание процесса образования дисперсных потоков // Фундаментальные исследования. Москва, 2013. №10, С. 3338-3341.

10. Lowrison, G. C. Crushing and grinding. London: 1974. 234 p.

---

## References

1. Zaytsev A. I., Bytev D. O., Zaytsev I. A., Lebedev A. E. *Izv. VUZov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*. Ivanovo. 2002. V. 45. № 7. pp. 88-90.
  2. Lebedev A. E., Zaitsev A. I., Petrov A. A. *Inženernyj vestnik Dona (Rus)*. 2014. №3 URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2556](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2014/2556).
  3. Verloka I.I., Kapranova A. B., Lebedev A. E., *Inženernyj vestnik Dona (Rus)*. 2014. № 4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2599](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2599).
  4. Kapranova A. B., Zaitzev A.I., Bushmelev A.V., Lebedev A.E. The optimization problem of the curvilinear blades from in the powder densification set-up. CHISA 2006: The 17-th Int. Congr. of Chem. Eng., Chem Equip., Desing and Automation. Praha, Czech. Republic, 2006. P. 1080.
  5. Lebedev A. E., Zaytsev A. I., Petrov A. A., Sheronina I. S., Sukhanov A. S. *Izv. VUZov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*. Ivanovo. 2011. V. 54. № 6. pp. 105-106.
  6. Lupanov A.P. *Sovershenstvovanie, nauchnoe obosnovanie i promyshlennoe osvoenie tehnologicheskogo processa proizvodstva asfaltobetonnyh smesey s ispiizovaniem starogo asfaltobetona [Perfection, scientific justification and industrial development of the technological process for the production of asphalt-concrete mixtures using the "old" asphalt concrete]: diss. ...doct. tech. nauk: 05.17.08. Yaroslavl, 2010. 338 p.*
  7. Lebedev A. E., Zaytsev A. I., Badoev V. A. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*. 2014. №6. URL: [science-education.ru/120-17050](http://science-education.ru/120-17050) (data obrashcheniya: 22.01.2015).
  8. Kapranova A. B., Zaitzev A.I., Lebedev A.E. *Czasopismo techniczne. Mechanika*. Krakov, Poland, 2012. V6, №109. pp.183-188.
  9. Lebedev A. E., Zaytsev A. I. *Fundamental'nye issledovaniya*. Moskva. 2013. №10. pp. 3338-3341.
  10. Lowrison, G. C. *Crushing and grinding*. London: 1974. 234 p.
-