

## Применение марковских цепей для моделирования и прогнозирования развития пожара

*В.Я. Вилисов*

*Технологический университет, Королев*

**Аннотация:** Переход пожара из одной фазы в другую представлен сменой состояний марковской цепи. Рассмотрены фазы свободного горения, тушения и ликвидации последствий. Исходными данными для построения марковской модели является выборка наблюдений временных показателей реагирования. Построены рекуррентные выражения для оценивания матрицы вероятностей перехода марковской цепи. Проиллюстрированы прогностические возможности построенной марковской модели процесса развития пожара.

**Ключевые слова:** фаза пожара, марковская цепь, матрица вероятностей перехода, вероятность окончания, рекуррентное оценивание, вектор начальных вероятностей, прогнозирование.

### Введение

Ликвидации пожара является процессом, развивающимся в условиях воздействия многочисленных случайных факторов. При этом, как правило, последующие состояния в той или иной степени зависят от предыдущих состояний и принятых решений. В числе моделей, описывающих последовательные действия принятия решений - марковские случайные процессы (в том числе цепи), деревья решений, многошаговые игры и др. Каждая из этих моделей имеет свою структуру и параметры. Однако, эти модели лишь структурно адекватны моделируемым процессам, а параметры моделей в подавляющем большинстве случаев априори неизвестны и задать их на основании логических умозаключений крайне затруднительно [1]. Это положение дел отражает априорную неопределенность моделирования. Но кроме априорной параметрической неопределенности существует текущая неопределенность, обусловленная нестационарностью среды и предпочтений лица, принимающего решения (ЛПР), например, в силу изменения нормативных правовых актов и т.п.

Современные инструменты, в частности, методы машинного обучения, как элементы искусственного интеллекта, могут частично или полностью снять априорную и текущую неопределенность. Модели последовательного принятия решений могут служить основой для их машинного обучения с учетом опыта принятия решений ЛПР и их последующего использования в системах поддержки принятия управленческих решений при ликвидации пожаров [2, 3].

В данной работе рассмотрена возможность применения технологии машинного обучения марковской цепи (МЦ), отражающей переход процесса развития и тушения пожара из одной стадии (фазы) в другую.

### Постановка задачи

В соответствии с принятыми соглашениями [4] существует совокупность ключевых событий и соответствующих им показателей, определяющих динамику развития и тушения пожара.

Эти события разграничивают несколько фаз пожара, из которых далее, без потери общности, рассмотрены следующие три укрупненные:

- *свободное горение*, его продолжительность  $\tau_{\text{св.гор}}$  – интервал времени с момента обнаружения пожара до момента подачи первого ствола;
- *тушение*, его продолжительность  $\tau_{\text{туш}}$  – интервал времени с момента подачи первого ствола до момента ликвидации открытого горения;
- *ликвидация последствий пожара*, ее продолжительность  $\tau_{\text{лик.посл}}$  – интервал времени с момента ликвидации открытого горения до момента ликвидации последствий пожара.

Каждой из трех укрупненных фаз пожара *поставлено в соответствие одно из трех состояний МЦ*. Для полноты множества состояний добавлено и четвертое состояние – «Нет пожара». Предполагается, что процесс

---

наблюдается в дискретные моменты времени (например, через 1, 2, ... минут). При этом в каждый очередной момент времени процесс (цепь) может находиться в прежнем состоянии или перейти в другое. Рассмотрим, каким образом на основании статистических данных о временных характеристиках пожара может быть построена марковская модель развития пожара.

В качестве исходных статистических данных рассматриваются временные показатели реагирования в городах субъектов РФ, представленные в статистических сборниках [5].

Состояния МЦ ( $s_i, i = \overline{1, m}$ ) могут изменяться в дискретные моменты времени ( $t = 1, 2, \dots, N$ ) в соответствии с вероятностями перехода ( $p_{ij}, i, j = \overline{1, m}$ ) из предыдущего ( $i$ ) в последующее ( $j$ ). МЦ задана [6 - 8], если известны: матрица вероятностей перехода (переходная матрица) процесса за один шаг ( $P = \|p_{ij}\|_{mm}, i - \text{строки}, j - \text{столбцы}$ ) и вектор вероятностей начальных состояний  $\bar{p}(0) = \|p_i\|_m$  [4]. МЦ может быть представлена и в виде ориентированного взвешенного графа (рис. 1).

Классическая **прямая задача** анализа МЦ [8] состоит в вычислении вектора предельных вероятностей  $\bar{p}(N)$  при  $N \rightarrow \infty$ :

$$\bar{p}(N) = (P^N)^T \bar{p}(0), \quad (1)$$

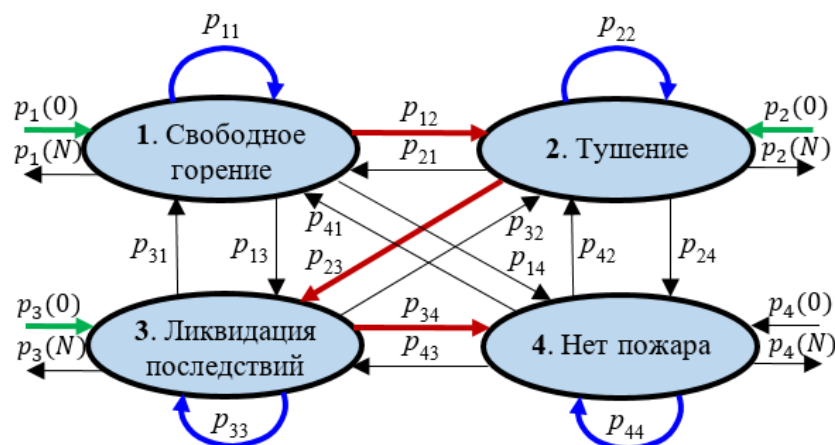


Рис. 1. - Граф марковской цепи для четырех укрупненных состояний развития и тушения пожара

В случае конечного числа  $N$  шагов МЦ может быть вычислен прогноз того, в каком из состояний (с заданной доверительной вероятностью) пребывает моделируемый процесс на шаге  $N$  или на каком шаге процесс будет в том или ином состоянии с вероятностью, не меньше заданной при известном векторе начальных состояний. Это - прогностическое применение МЦ. Оно может быть полезно для обоснования решений, принимаемых руководителем тушения пожара (РТП).

Однако, для такого применения должна быть известна матрица  $P$ , которую априори достоверно задать практически невозможно. Но если исследуемый процесс повторяется много раз и на каждом шаге имеется возможность измерить частоту (вероятность) пребывания системы в каждом из состояний, то можно решить *обратную задачу*, обучив марковскую модель по наблюдениям за измеренными частотами состояний. В результате такого обучения можно получить оценку матрицы вероятностей перехода  $P$ , которую затем можно использовать для прогнозирования по формуле (1).

### Решение

В соответствии с технологией рекуррентного оценивания [9] рассматривается ситуация, когда в дополнение к  $N$  наблюдениям (по которым уже имеются оценки  $\hat{p}_k$  вектора  $\bar{p}$  (составленного из столбцов матрицы  $P$ ) и матрицы  $Q_k$  (дисперсионной матрицы вектора оценок) получено  $(N+1)$ -е наблюдение. Следует заметить, что обработка по рекуррентной схеме выполняется не сразу для всех  $m$  новых элементов, а по каждому ( $k$ -ому) из них. С учетом этих обстоятельств и, обозначив искомый вектор  $\bar{p}$  как вектор оценок  $\hat{p}_k$ , полученный по последнему элементу  $N$ -ой

---

выборки, рекуррентные уравнения могут быть представлены в следующем виде:

$$\hat{p}_{k+1} = \hat{p}_k + Q_k \bar{x}_{k+1} (x_{k+1}^T Q_k \bar{x}_{k+1} + 1)^{-1} (y_{k+1} - x_{k+1}^T \hat{p}_k), \quad (2)$$

$$Q_{k+1} = Q_k - Q_k \bar{x}_{k+1} (x_{k+1}^T Q_k \bar{x}_{k+1} + 1)^{-1} x_{k+1}^T Q_k, \quad (3)$$

где  $y_{k+1}$  - дополнительный ( $N+1$ ) элемент в векторе измерения выходного вектора состояний МЦ  $\bar{y}_i(N)$ , например, 1-го состояния МЦ;  $\bar{x}_{k+1} = [x_1(N) \ x_2(N) \ \dots \ x_m(N) \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$  - дополнительная  $N$ -я строка в векторно-матричном уравнении измерений, количество нулей в векторе -  $((m - 1) \times m)$ . На следующей итерации (все той же ( $N+1$ )-ой выборки наблюдений) следует пересчитать оценки (2), (3) для 2-го состояния аналогично 1-ому, с той лишь разницей, что:  $y_{k+1}$  - дополнительный ( $N+1$ ) элемент в векторе  $\bar{y}_2(N)$  и т.д.

### Пример использования

Для иллюстрации предложенной технологии использования МЦ в целях прогнозирования можно провести имитационный эксперимент [10], однако, здесь рассмотрены официальные статистические данные о реагировании в городах РФ [5]. Соответствующие гистограммы приведены на рис. 2.

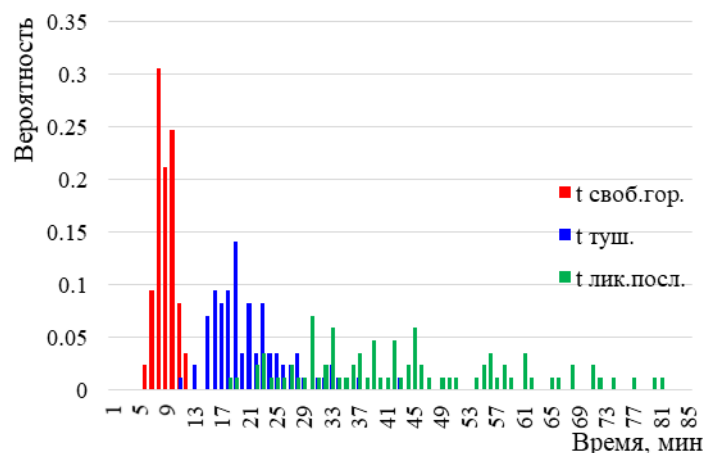


Рис. 2. - Гистограммы моментов времени окончания фаз  
свободного горения, тушения и ликвидации последствий

Выполнена аппроксимация гистограмм времени окончания фаз ликвидации пожара функцией плотности  $\gamma$ -распределения, параметры которых приведены в табл.1.

По данным о плотностях распределения фаз пожара построены их интегральные функции распределения ( $P_{\text{св.гор.}}(N), P_{\text{туш.}}(N), P_{\text{лик.посл.}}(N)$ ), на основании которых в произвольный (текущий) момент времени  $t$  (или его дискретный аналог  $N$ ) вычислены *вероятности пребывания процесса в каждом из состояний*.

Таблица №1

Выборочные моменты и параметры аппроксимирующих плотностей  $\gamma$ -распределений времени окончания фаз развития и тушения пожаров в городах РФ в 2016 году

Выборочные моменты и параметры плотностей $\gamma$ -распределения	$t_{\text{св.гор}}$	$t_{\text{туш}}$	$t_{\text{лик.посл}}$
Выборочное среднее, мин.	8,42	20,51	43,25
Выборочная дисперсия, мин. <sup>2</sup>	1,73	32,86	243,59
Среднеквадратическое отклонение, мин.	1,31	5,73	15,61
Параметр формы, $\alpha$	<b>41,03</b>	<b>12,80</b>	<b>7,68</b>
Параметр масштаба, $\beta$	<b>0,21</b>	<b>1,60</b>	<b>5,63</b>

Элементы вектора текущего состояния процесса  $\bar{p}(N)$  определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} p_1(N) &= P(t < t_{\text{св.гор}}) = 1 - P_{\text{св.гор.}}(N) \\ p_2(N) &= P(t_{\text{св.гор}} < t < t_{\text{туш}}) = P_{\text{св.гор.}}(N) (1 - P_{\text{туш.}}(N)) \\ p_3(N) &= P(t_{\text{туш}} < t < t_{\text{лик.посл.}}) = P_{\text{туш.}}(N) (1 - P_{\text{лик.посл.}}(N)) \\ p_4(N) &= P(t > t_{\text{лик.посл.}}) = P_{\text{лик.посл.}}(N) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Эти значения (рис. 3 а) являются исходными данными (наблюдениями, измерениями) для оценивания элементов матрицы вероятностей перехода  $P$  марковской цепи.

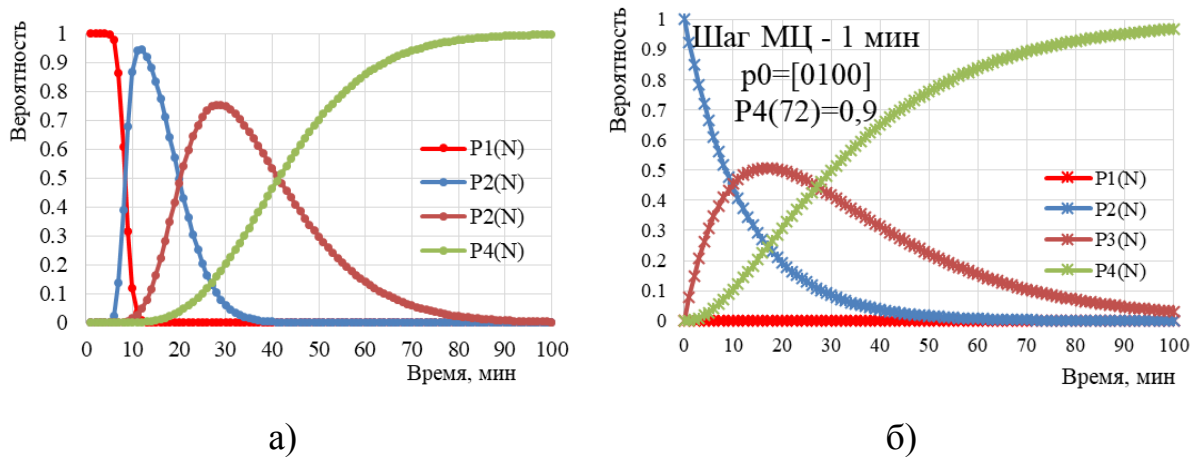


Рис. 3. - Вероятности состояний процесса развития и тушения пожара

Функция  $\gamma$ -распределения является непрерывной, поэтому шаг дискретизации марковской цепи, аппроксимирующей дискретные моменты времени мониторинга и принятия решений при ликвидации пожара, может иметь различную продолжительность. Расчеты выполнены для дискретных интервалов в 1, 3, 5, 10 минут и для них по алгоритму (2), (3) построены соответствующие оценки матриц вероятностей перехода:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \begin{bmatrix} 0,885 & 0,115 & 0 & 0 \\ 0 & 0,921 & 0,079 & 0 \\ 0 & 0 & 0,959 & 0,041 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; & P_3 &= \begin{bmatrix} 0,696 & 0,304 & 0 & 0 \\ 0 & 0,767 & 0,233 & 0 \\ 0 & 0 & 0,875 & 0,125 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\
 P_5 &= \begin{bmatrix} 0,539 & 0,461 & 0 & 0 \\ 0 & 0,624 & 0,376 & 0 \\ 0 & 0 & 0,789 & 0,211 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; & P_{10} &= \begin{bmatrix} 0,141 & 0,859 & 0 & 0 \\ 0 & 0,331 & 0,669 & 0 \\ 0 & 0 & 0,576 & 0,424 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Чем больше шаг дискретизации, тем марковский процесс более динамично развивается (изменяется) от шага к шагу, поэтому с увеличением

интервала наблюдения (при неизменных  $\gamma$ -распределениях) вероятности главной диагонали все больше отличаются от единицы.

На рис. 3 б) приведен результат развития процесса (МЦ) для шага в 1 минуту (матрица  $P_1$ ) для вектора начальных вероятностей  $\bar{p}(0) = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ , т.е. когда достоверно (с вероятностью 1) известно, что фаза свободного горения закончилась и процесс находится в фазе тушения. Тогда, с вероятностью 0,9 процесс перейдет в фазу «Нет пожара» на 72 шаге (т.е. пожар закончится через 72 минуты относительно текущего момента).

Построенные матрицы вероятностей перехода МЦ за один шаг можно использовать для прогнозирования по формуле (1) для любого начального момента процесса развития и тушения пожара и для любой фазы.

### **Выводы**

Предложенная технология прогнозирования процесса развития и тушения пожара может быть применена для любого количества фаз пожара. Построенные модели могут быть использованы руководителем тушения пожара для прогнозирования окончания той или иной фазы или пожара в целом. Это позволит ему принимать более обоснованные решения при управлении силами и средствами.

В качестве исходных статистических данных представляется целесообразным использовать выборки, соответствующие конкретному городу (гарнизону), субъекту РФ или даже отдельной пожарно-спасательной части, тогда построенные по ним марковские модели могут носить более конструктивный характер т.к. могут использоваться для прогнозирования событий соответствующего уровня управления. При этом желательно строить отдельные модели для различных объектов возгорания.



## Литература

1. Вилисов В.Я. Адаптивный выбор управленческих решений. Модели исследования операций как средство хранения знаний ЛПР. Саарбрюкен (Германия): LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 376 с.

2. Vilisov V.Ya. Modelling the Risk Degree when Managing Emergency Situation Liquidation // Proceedings of the 2018 Eleventh International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). IEEE, 2018. С. 1-5 URL: [ieeexplore.ieee.org/document/8551903](http://ieeexplore.ieee.org/document/8551903).

3. Trekin A., Novikov G., Potapov G. etc. Satellite imagery analysis for operational damage assessment in Emergency situations // Cornell University Library, NY, USA. URL: [arxiv.org/pdf/1803.00397.pdf](http://arxiv.org/pdf/1803.00397.pdf).

4. Вилисов В.Я., Семиков В.Л., Алексеев С.П. Система моделей для анализа и управления эффективностью реагирования подразделений противопожарной службы // Технологии техносферной безопасности, 2019, №3(85). С. 65-76 URL: [agps-2006.narod.ru/ttb/2019-3/04-03-19.ttb.pdf](http://agps-2006.narod.ru/ttb/2019-3/04-03-19.ttb.pdf).

5. Пожары и пожарная безопасность в 2016 г. // Статистический сборник. М: ФГУ ВНИИПО, 2017. 124 с.

6. Петрова О.В., Королев И.Д., Крюков Д.М. и др. Способ оценки защищенности автоматизированной информационной системы специального назначения от DDoS-атак на основе теоретико-эмпирического подхода // Инженерный вестник Дона, 2021, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2021/6779](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2021/6779).

7. Кравченко Е.В. Решение проблемы достоверности получаемых данных в процессе управления технологическим объектом промышленного предприятия // Инженерный вестник Дона, 2020, №12. URL: [vdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6750](http://vdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6750).

8. Майн Х., Осаки С. Марковские процессы принятия решений. М.: Наука, 1977. 176 с.



9. Ли Р. Оптимальные оценки, определение характеристик и управление. М.: Наука, 1966. 176 с.

10. Сидоров М.В., Сидоров В.Н. Имитационное моделирование работы трансмиссии трактора МТЗ-82 в среде Simulink // Инженерный вестник Дона, 2020, №12. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6709](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6709).

### References

1. Vilisov V.YA. Adaptivnyj vybor upravlencheskih reshenij. Modeli issledovaniya operacij kak sredstvo hraneniya znaniy LPR [Adaptive choice of management decisions. Operations research models as a means of storing knowledge of decision makers]. Saarbryuken (Germaniya): LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 376 p.

2. Vilisov V.Ya. Proceedings of the 2018 Eleventh International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). IEEE, 2018. pp. 1-5 URL: [ieeexplore.ieee.org/document/8551903](http://ieeexplore.ieee.org/document/8551903).

3. Trekin A., Novikov G., Potapov G. etc. Cornell University Library, NY, USA URL: [arxiv.org/pdf/1803.00397.pdf](http://arxiv.org/pdf/1803.00397.pdf).

4. Vilisov V.YA., Semikov V.L., Alekseev S.P. Tekhnologii tekhnosfernoj bezopasnosti, 2019, №3(85). pp. 65-76 URL: [agps-2006.narod.ru/ttb/2019-3/04-03-19.ttb.pdf](http://agps-2006.narod.ru/ttb/2019-3/04-03-19.ttb.pdf).

5. Pozhary i pozharnaya bezopasnost' v 2016 g. [Fires and fire safety in 2016]. Statisticheskij sbornik. M: FGU VNIPO, 2017. 124 p.

6. Petrova O.V., Korolev I.D., Kryukov D.M. i dr. Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, №1. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2021/6779](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2021/6779).

7. Kravchenko E.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №12. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6750](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6750).

8. Majn H., Osaki S. Markovskie processy prinyatiya reshenij [Markov decision-making processes]. M.: Nauka, 1977. 176 p.



9. Li R. Optimal'nye ocenki, opredelenie harakteristik i upravlenie [Optimal estimates, characterization and control]. M.: Nauka, 1966. 176 p.
10. Sidorov M.V., Sidorov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №12.  
URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6709](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n12y2020/6709).