

## Синтез цифровых фильтров высоких частот с квазимонотонной переходной характеристикой на базе фильтров низких частот Бесселя или Гаусса

*И.И. Турулин*

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

**Аннотация:** В некоторых случаях требуются фильтры верхних частот (ФВЧ) с монотонной или квазимонотонной переходной характеристикой (ПХ). Это, например, определение наличия отрицательного сигнала на фоне положительного прямоугольного импульса гораздо большей амплитуды. При этом допускается пропуск сигнала, но не допускается ложное обнаружение. Такая ситуация характерна для некоторых видов электромиографии, где анализируется отклик мышцы на стимуляцию импульсом тока. В работе предложены цифровые ФВЧ с квазимонотонной (имеющей малые пульсации) ПХ на базе параллельного соединения переключки и цифровых версий (аппроксимаций) фильтров нижних частот (ФНЧ) Бесселя и Гаусса. Недостатком предлагаемых ФВЧ является выброс амплитудно-частотной характеристики в полосе пропускания вблизи частоты среза. Проанализированы условия, при которых негативное влияние этого выброса уменьшается. Результаты работы можно использовать для синтеза аналоговых фильтров с квазимонотонной ПХ.

**Ключевые слова:** фильтр, цифровой, верхних частот, ФВЧ, квазимонотонная, максимально плоская, переходная характеристика.

**1. Введение.** Цифровая обработка сигналов широко используется в современной технике. Применение цифровых фильтров позволяет выделить полезный сигнал на фоне помех [1–4]. Однако в результате фильтрации искажаются спектр и форма полезного сигнала [1, 2].

Имеются различные методы синтеза фильтров, а также соответствующие системы автоматизированного проектирования (САПР), позволяющие синтезировать практически любой фильтр, оптимальный по определенному критерию. Однако отсутствуют методы синтеза фильтров верхних частот (ФВЧ) с монотонной (максимально плоской) или квазимонотонной переходной характеристикой (ПХ).

В данной работе предлагаются цифровые ФВЧ с квазимонотонной ПХ, имеющей малые пульсации, но с выбросом амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) в полосе пропускания вблизи частоты среза. Фильтры реализованы на базе параллельного соединения (рис. 1, а) переключки и

---

цифровых версий (аппроксимаций) фильтров нижних частот (ФНЧ) Бесселя [1, 2] и Гаусса [5, 6], поскольку фильтры именно этих типов отличаются от других наименьшими пульсациями ПХ.

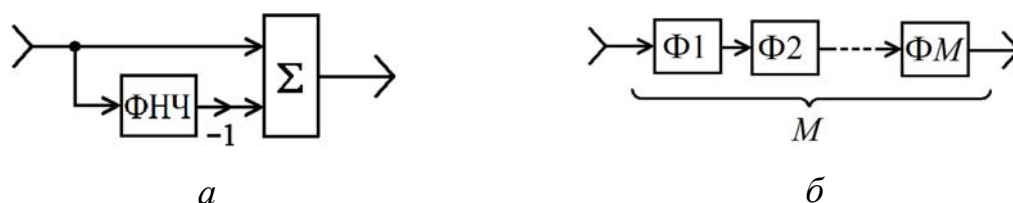


Рис. 1. *a* – параллельная структура ФВЧ на основе вычитания передаточной функции ФНЧ из передаточной функции перемычки; *б* – каскадное соединение  $M$  фильтров

**2. Формулировка проблемы.** Для подавления постоянной составляющей и фликер-шумов на выходе аналого-цифрового преобразователя (АЦП) обычно используется ФВЧ [1, 2, 7–11] (подавление в этом случае не может быть полным на конечном интервале времени). Иногда для подавления постоянной составляющей используют, например, полиномиальную аппроксимацию [12, 13].

Монотонная (или квазимонотонная) ПХ ФВЧ требуется, например, для определения наличия отрицательного сигнала на фоне положительного прямоугольного импульса гораздо большей амплитуды. Или, наоборот, когда надо определить наличие положительного сигнала на фоне отрицательного прямоугольного импульса гораздо большей амплитуды. При этом допускается пропуск сигнала, но не допускается ложное обнаружение. Причиной ложного обнаружения может стать отрицательный выброс ПХ ФВЧ. Подобная ситуация характерна для некоторых видов электромиографии (ЭМГ), где анализируется отклик мышцы на стимуляцию импульсом тока (стимулом). При этом даже ограниченный во входных цепях стимул превышает полезный сигнал на несколько порядков.

При использовании ФВЧ для подавления постоянной составляющей и фликер-шумов в устройствах обработки биомедицинских сигналов возникают артефакты (в случае ФВЧ это выбросы или осцилляции, которые иногда принимают за сигнал, что может приводить к ошибкам при диагностике). Артефакты, например, для поверхностной ЭМГ описаны в [14], для электрокардиографии (ЭКГ) – в [7], для энцефалографии (ЭЭГ) – в [8–11]. Применение ФВЧ с монотонной или квазимонотонной ПХ может быть полезным и для этих приложений. В случае стимуляционной ЭМГ артефактами будут осцилляции ПХ ФВЧ.

ФВЧ I порядка (Гаусса, Бесселя, Баттерворта, Чебышева I и II рода, эллиптического) имеют монотонную ПХ, но часто неприменимы, поскольку спектры верхней части фликер-шумов (низкочастотные шумы, спектральная плотность которых обратно пропорциональна частоте) и нижней границы полезного сигнала могут быть близко расположены на оси частот. Для фильтрации (подавления) фликер-шумов в этом случае требуется фильтр более высокого порядка, что обеспечивает большую крутизну АЧХ в переходной полосе (область между полосами пропускания и заграждения). Однако ПХ у ФВЧ начиная со II порядка и выше имеет относительно большие пульсации и отрицательный выброс. Так, например, в [15, abb. 3.19] показано семейство ПХ для ряда аналоговых ФВЧ. Примерно такой же вид имеют ПХ соответствующих цифровых ФВЧ.

### **3. Результаты исследования.**

**3.1. Свойства параллельной структуры с вычитанием передаточных функций.** Как известно, у цифровых аппроксимаций аналоговых ФНЧ Бесселя [1, 2] и Гаусса [5, 6] порядка ПХ квазимонотонна. Добиться квазимонотонности ПХ ФВЧ позволяет параллельное включение перемычки и ФНЧ, на выходе которого сигнал инвертируется (рис. 1, а). Передаточная (системная) функция такого ФВЧ [1, 2]  $H_{\text{ФВЧ}}(z) = 1 - H_{\text{ФНЧ}}(z)$ ,

где  $1$  – передаточная функция перемычки;  $H_{\text{ФНЧ}}(z)$  – передаточная (системная) функция ФНЧ [1, 2].

Для преобразования передаточной функции в частотную характеристику делают замену  $z \rightarrow e^{j\omega T}$ , где  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота;  $f$  – циклическая частота;  $T$  – шаг (период) дискретизации [1, 2]. В результате замены получим  $H_{\text{ФВЧ}}(e^{j\omega T}) = 1 - H_{\text{ФНЧ}}(e^{j\omega T})$ .

Из рис. 1, *a* следует, что при подаче на вход ФВЧ единичной ступенчатой функции  $l(n)$  из нее будет вычитаться ПХ ФНЧ  $a_{\text{ФНЧ}}(n)$ . Таким образом, ПХ ФВЧ  $a_{\text{ФВЧ}}(n) = 1 - a_{\text{ФНЧ}}(n)$ . Если  $a_{\text{ФНЧ}}(n)$  монотонна, то и  $a_{\text{ФВЧ}}(n)$  будет монотонной. Если  $a_{\text{ФНЧ}}(n)$  квазимонотонна, то и  $a_{\text{ФВЧ}}(n)$  будет квазимонотонной.

**3.2. ФВЧ на базе параллельной структуры с ФНЧ Гаусса и Бесселя.** Эти ФНЧ (2-го порядка и выше) отличаются от других меньшими пульсациями и выбросом ПХ, которые меньше у фильтра Гаусса. На рис. 2 приведены ПХ и АЧХ ФВЧ на базе параллельной структуры с ФНЧ Гаусса  $N = 1, 2, 4, 8$  порядков. Фильтры получены из аналоговых прототипов путем билинейного преобразования. Относительная частота среза (относительно частоты дискретизации) 0,00025. Как видно из рис. 2, *б, с* с ростом  $N$  уменьшается частота среза по уровню 0,707. Это связано с тем, что частота среза у фильтров Гаусса (и Бесселя) задается не по уровню 0,707.

ПХ и АЧХ фильтров Бесселя будут иметь примерно такой же вид. Выбросы и осцилляции ПХ на рис. 2, *a* не видны из-за их малости. Значения наибольших по модулю выбросов ПХ ФВЧ на основе ФНЧ Гаусса и Бесселя 1-го, 2-го, 4-го и 8-го порядков (параллельная структура, рис. 1, *a*) сведены в таблицу №1, значения выбросов АЧХ этих фильтров (по отношению к единичному уровню) – в таблицу №2.

Причиной выбросов АЧХ ФВЧ является разность групповых задержек в плечах параллельной структуры (рис. 1, а), что не приводит к прямому (синфазному) вычитанию АЧХ ФНЧ из единичной АЧХ перемычки. Чем больше порядок фильтра  $N$ , тем больше фазовый набег, а значит, выброс.

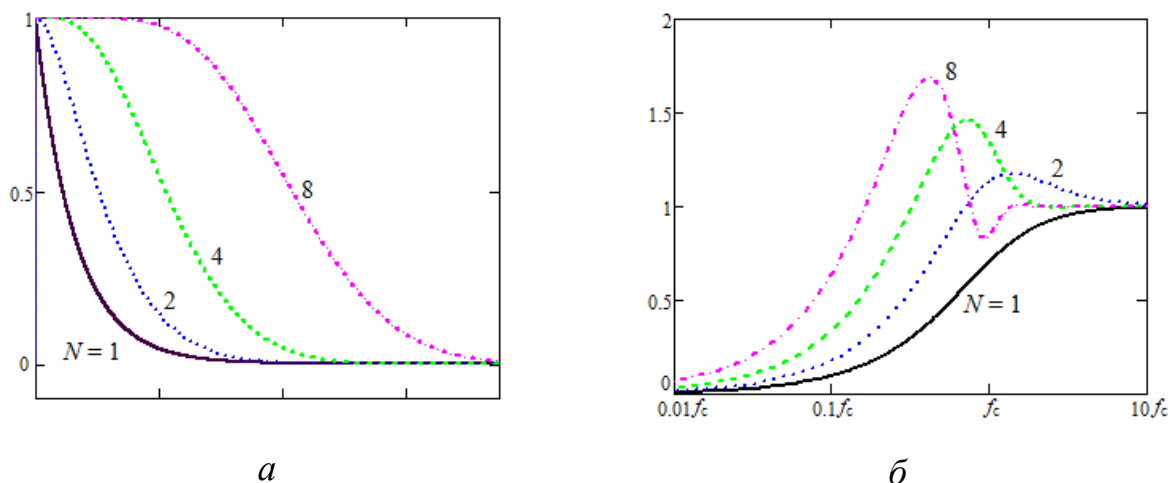


Рис. 2. *a* – переходные характеристики ФВЧ параллельной структуры на базе ФНЧ Гаусса (масштаб по оси абсцисс линейный); *б* – АЧХ этих фильтров ( $f_c$  – частота среза ФНЧ).  $N = 1, 2, 4, 8$  порядок ФНЧ.

Таблица 1

Значения отрицательных наибольших по модулю выбросов ПХ ФВЧ

		Порядок фильтра			
		1	2	4	8
Тип фильтра	Гаусса	0%	-0,051%	-0,034%	-0,0013%
	Бесселя	0%	-0,43%	-0,84%	-0,34%

Таблица 2

Значения наибольших положительных выбросов АЧХ ФВЧ

		Порядок фильтра			
		1	2	4	8
Тип фильтра	Гаусса	0%	18%	46%	69%
	Бесселя	0%	20%	53%	74%

Влияние выброса на спектр полезного сигнала может быть уменьшено, если выбрать, например,  $f_1/f_c = 10$ , где  $f_1$  – нижняя частота спектра сигнала,

$f_c$  – частота среза ФНЧ I порядка. Однако наличие выброса, а также уменьшение  $f_c$ , приводят к ухудшению подавления фликер-шумов.

Если для улучшения синфазности вычитания АЧХ в структуре на рис. 1, а в цепь перемычки ввести задержку, равную, например, групповой задержке ФНЧ на нулевой частоте, выбросы АЧХ для некоторых  $M$  уменьшаются, но ПХ теряют монотонность, что неприемлемо.

**3.3. О разрядности мантииссы цифрового фильтра.** Чем меньше относительная частота среза фильтра (относительно частоты дискретизации), тем больше требуется точность чисел при выполнении алгоритма цифровой фильтрации. Для фильтра I порядка с относительной частотой среза 0,00025 достаточно 32-разрядных чисел с плавающей точкой (числа с плавающей запятой имеют 23-битовую мантииссу). Для фильтров Гаусса и Бесселя II порядка с такой же частотой среза было недостаточно 32-разрядных чисел с плавающей точкой, но достаточно 64-разрядных чисел с плавающей точкой (тип `double` – 52-битная мантиисса). Если порядок фильтров  $N > 2$ , во избежание роста необходимой разрядности чисел (в частности, для относительной частоты среза 0,00025) целесообразно использовать каскадное соединение (рис. 1, б) фильтров II порядка для четного  $N$ . Для нечетного  $N$  к каскадному соединению фильтров II порядка добавляют каскадно включенный фильтр I порядка.

**4. Выводы.** Таким образом, предложенные ФВЧ имеют квазимонотонные ПХ. Как и ожидалось, пульсации ПХ ФВЧ на базе фильтра Гаусса оказались меньше. Платой за квазимонотонность является наличие выброса на АЧХ. Однако можно выбрать частоту среза фильтра так, что влияние выброса на спектр полезного сигнала будет уменьшено.

При определенных условиях цифровые фильтры можно считать аппроксимацией аналоговых [16]. Поэтому полученные результаты могут быть использованы для синтеза аналоговых ФВЧ с квазимонотонной ПХ.

---

Аналоговый ФВЧ на операционных усилителях (ОУ) частично может подавлять смещение собственных ОУ. Любой аналоговый ФВЧ не будет подавлять постоянные смещения устройств, включенных после него, в частности, АЦП. Поэтому при наличии цифровой обработки сигналов в системе постоянную составляющую сигнала в общем случае целесообразно подавлять цифровыми ФВЧ, поскольку они подавляют постоянные смещения всего тракта прохождения аналогового сигнала, а также АЦП.

### Литература

1. Oppenheim A.V., Schafer R.W. Discrete-Time Signal Processing. 3rd ed. Englewood Cliffs NJ Prentice-Hall, 2009. 1120 p.
2. Theory and Application of Digital Signal Processing. Rabiner R., Gold B. Prentice-Hall, 1975. 762 p.
3. Тарасова И.А., Леонова А.В., Синютин С.А. Алгоритмы фильтрации сигналов биоэлектрической природы // Инженерный вестник Дона. 2012. №4. (часть 2). URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481)
4. Синютин С.А., Леонова А.В. Интегрированные в одежду электроды для регистрации ЭКГ // Инженерный вестник Дона. 2013. №4. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_81A\\_Siniutin.pdf\\_2029.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_81A_Siniutin.pdf_2029.pdf)
5. Blinchikoff H.J., Zverev A.I. Filtering in the Time and Frequency Domains. SciTech Publishing IncRaleigh NC, 2001. 494 p.
6. Haddad R.A., Akansu A.N. A Class of Fast Gaussian Binomial Filters for Speech and Image // Processing IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1991. V. 39. №3. pp. 723-727.
7. García-Niebla J., Serra-Autonell G., Bayés de Luna A. Brugada syndrome electrocardiographic pattern as a result of improper application of a high pass filter // Am J Cardiol. 2012. V. 110. pp. 318-320.



8. Tanner D., Morgan-Short K., Luck S.J. How inappropriate high-pass filters can produce artifactual effects and incorrect conclusions in ERP studies of language and cognition // *Psychophysiology*. 2015. V. 52. №8. pp. 997-1009.
9. Maess B., Schröger E., Widmann A. High-pass filters and baseline correction in M/EEG analysis. Commentary on: "How inappropriate high-pass filters can produce artefacts and incorrect conclusions in ERP studies of language and cognition" // *Journal of Neuroscience Methods*. 2016, V. 266. pp. 164-165.
10. Maess B, Schröger E., Widmann A. High-Pass Filters and Baseline Correction in M/EEG Analysis—continued Discussion // *Journal of Neuroscience Methods*. 2016. V. 266. pp. 171-172.
11. Tanner D., Norton J.S., Morgan-Short K., Luck S.J. On High-Pass Filter Artifacts (They're Real) and Baseline Correction (It's a Good Idea) in ERP/ERMF Analysis // *Journal of Neuroscience Methods*. 2016. V. 266. pp. 166-170.
12. Smith N.J., Kutas M. Regression-Based Estimation of ERP Waveforms: I the rERP Framework // *Psychophysiology*. 2014. V. 52. №2. pp. 157-168.
13. Smith N.J., Kutas M. Regression-Based Estimation of ERP Waveforms: II Nonlinear Effects, Overlap Correction, and Practical Considerations // *Psychophysiology*. 2014. V. 52. №2. pp. 169-181.
14. De Luca C.J., Gilmore L.D., Kuznetsov M., Roy S.H. Filtering the surface EMG signal: Movement artifact and baseline noise contamination // *Journal of Biomechanics*. 2010. V. 43. pp. 1573-1579.
15. Tietze U., Schenk Ch. Halbleiter-Schaltungstechnik. 12. Auflage. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2002. 1632 s.
16. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971. 328 с.

### References

1. Oppenheim A.V., Schaffer R.W. *Discrete-Time Signal Processing*. 3rd ed. Englewood Cliffs NJ Prentice-Hall, 2009. 1120 p.
-





2. Theory and Application of Digital Signal Processing. Rabiner R., Gold B. Prentice-Hall, 1975. 762 p.
3. Tarasova I.A., Leonova A.V., Sinyutin S.A. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2012. №4 (part 2). URL: [ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481](http://ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1481)
4. Sinyutin S.A., Leonova A.V. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus). 2013. №4. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_81A\\_Siniutin.pdf\\_2029.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_81A_Siniutin.pdf_2029.pdf)
5. Blinchikoff H.J., Zverev A.I. Filtering in the Time and Frequency Domains. SciTech Publishing IncRaleigh NC, 2001. 494 p.
6. Haddad R.A., Akansu A.N. Processing IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. V. 39. №3. pp. 723-727.
7. García-Niebla J., Serra-Autonell G., Bayés de Luna A. Am J Cardiol. 2012. V. 110, pp. 318-320.
8. Tanner D., Morgan-Short K., Luck S.J. Psychophysiology. 2015. V. 52. №8. pp. 997-1009.
9. Maess B., Schröger E., Widmann A. Journal of Neuroscience Methods. 2016, V. 266. pp. 164-165.
10. Maess B, Schröger E., Widmann A. Journal of Neuroscience Methods, 2016, V. 266. pp. 171-172.
11. Tanner D., Norton J.S., Morgan-Short K., Luck S.J. Journal of Neuroscience Methods. 2016. V. 266. pp. 166-170.
12. Smith N.J., Kutas M. Psychophysiology. 2014. V. 52. №2. pp. 157-168.
13. Smith N.J., Kutas M. Psychophysiology. 2014. V. 52. №2. pp. 169-181.
14. De Luca C.J., Gilmore L.D., Kuznetsov M., Roy S.H. Journal of Biomechanics. 2010. V. 43. pp. 1573-1579.
15. Tietze U., Schenk Ch. Halbleiter-Schaltungstechnik. 12. Auflage. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2002. 1632 s.



16. Bykov V.V. Tsifrovoye modelirovaniye v statisticheskoy radiotekhnike. [Digital modeling in statistical radio engineering]. Moscow: Sovetskoye radio, 1971. 328 p.