

## Оценка деформаций балок на упругом винклеровском основании с помощью программного комплекса ANSYS WORKBENCH

*Ю.А. Макаров, А.Е. Зевайкин*

*Национальный исследовательский Мордовский государственный университет  
им. Н. П. Огарёва, г. Саранск*

**Аннотация:** В статье рассматриваются аспекты применения программного пакета ANSYS WORKBENCH к расчету конструкций на упругом основании. Применение программ информационного и компьютерного моделирования, а также использование возможностей современных компьютеров позволяет получить более точное решение таких задач. С использованием метода конечных элементов и программного пакета ANSYS произведен расчет деформаций балки, лежащей на упругом винклеровском основании. Предлагаемая методика может быть использована для расчета осадок фундаментов реальных зданий и сооружений.

**Ключевые слова:** ANSYS WORKBENCH, упругое основание, балка, компьютерное моделирование, деформация, метод конечных элементов, гипотеза Винклера.

Балки и плиты на упругом основании относятся к одним из самых распространенных конструкций в строительной практике. Это ленточные фундаменты зданий и сооружений, плотин, доков, резервуаров, аэродромные покрытия, рельсы и шпалы железнодорожных путей, трубы газо- и нефтепроводов, уложенные на поверхности грунта, или в траншеях, и другие.

К расчету оснований предъявляются повышенные требования, так как они обеспечивают прочность и устойчивость всего сооружения, и даже небольшие отклонения от нормативных величин деформаций или напряжений для фундаментов являются совершенно недопустимыми.

Трудность задачи расчета плит и балок на упругом основании состоит в том, что грунты оснований, как правило, работают за пределом упругости, и применить метод расчета по предельным состояниям непосредственно, без специальных приемов, к таким конструкциям нельзя.

Большое практическое значение методов расчета, сложность возникающих при этом трудностей математического характера широко освещалось в научной литературе. Это работы Б.Г. Коренева [1], И.М.

---

Рабиновича [2], Б.Н. Жемочкина [3], М.И. Горбунова-Посадова [4], Б.Г. Хеллерса [5] и других.

В этой связи, задача разработки новых методик расчета и усовершенствования существующих становится чрезвычайно актуальной. Точность решения зависит от объема вычислений и может быть значительно повышена при использовании ЭВМ и программных комплексов.

В настоящее время в проектировании широко применяются различные программы информационного и компьютерного моделирования, приспособленные для решения задач строительства, такие, как ANSYS, ABAQUS, SCAD, NASTRAN, LS-DYNA, Fidesys, Лира и др. Также не стоит на месте и развитие аппаратной части компьютеров, что позволяет разрабатывать требовательные к машинным ресурсам проекты, характерные для строительства.

Авторами статьи проведено компьютерное моделирование механики деформирования балки, свободно лежащей на упругом основании, в пакете ANSYS Workbench.

ПК ANSYS был выбран как один из наиболее эффективных программных пакетов, позволяющих выполнять численное моделирование физических процессов, в том числе, решение задач механики сплошных сред. Он предлагает широкие возможности для создания конечно-элементных моделей и всесторонней обработки результатов расчета. Кроме этого, ПК ANSYS эффективно использует алгоритмы параллельных вычислений, что позволяет сократить время решения задач, требовательных к ресурсам компьютеров.

Для выполнения численного эксперимента был произведен расчет деформаций методом конечных элементов с использованием программного комплекса ANSYS Workbench [6], лицензионная копия которого установлена на вычислительном кластере Мордовского государственного университета.

---

При расчете предполагалось, что грунт обладает упругими свойствами, а характер его работы соответствует гипотезе Винклера [4, 7], т.е. осадки грунтового основания пропорциональны приложенной к нему нагрузке, к тому же, развиваются только непосредственно под балкой, а за ее пределами влияние отпора практически не сказывается.

Кроме этих основных предпосылок, приняты следующие допущения:

- между основанием и балкой нет сил трения;
- между основанием и балкой имеется неразрывная связь;
- основание однородно по всей длине балки.

В качестве модели объекта была принята бетонная плита длиной  $L=6000$  мм с размерами поперечного сечения  $h \times b = 300 \times 1000$  мм. Плита свободно лежит на упругом основании и загружена нагрузкой  $q = 20$  кН/м<sup>2</sup>, равномерно распределенной по всей площади ее поверхности (рис. 1).

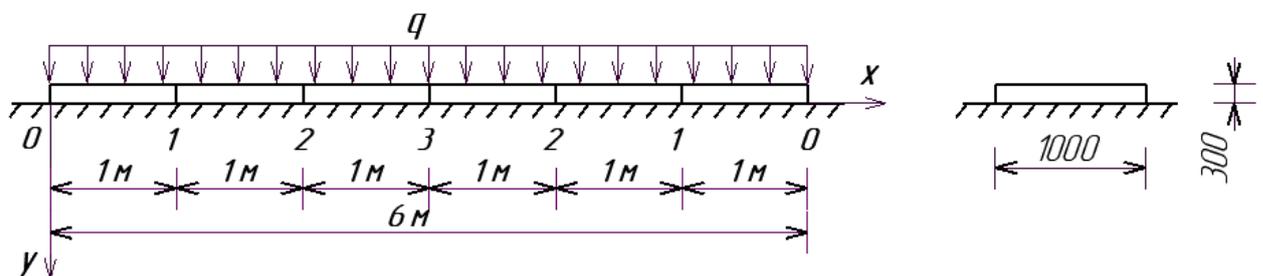


Рис.1. Схема балки и положение расчетных сечений

Для задания свойств материалов в ANSYS достаточно знать модуль деформации (Юнга) и коэффициент поперечной деформации (Пуассона) материалов. Характеристики бетона принимали по СП 63.13330.2018 "Бетонные и железобетонные конструкции", грунтов основания – по СП 22.13330.2016 "Основания зданий и сооружений":

- начальный модуль упругости бетона  $E = 19500$  МПа;
- коэффициент поперечной деформации бетона  $\nu = 0,17$ ;
- модуль упругости грунта основания  $E_0 = 225$  кПа;
- коэффициент поперечной деформации грунта основания  $\nu_0 = 0,36$ .

Расчеты проводились следующим образом. Поскольку нагрузка

принималась постоянной, был выполнен расчет типа Static Structural. Геометрическая модель объекта создавалась в виде двух параллелепипедов – упругого основания и балки (рис. 2). Образовавшейся контактной области присваивалось значение Bonded (в ANSYS – связанный), т.к., согласно гипотезе Винклера, между основанием и балкой имеется неразрывная связь.

Согласно этой же гипотезе Винклера, сжимаемым является не все основание, а только конечный его слой глубиной  $H$ ; поэтому толщина основания принималась равной ширине балки  $b$ . Это предположение вполне соответствует действительности. Натурные наблюдения за работой конструкций [4] показывают, что точность вычисления осадок составляет около 8% при  $H = b$ , что позволяет ограничить глубину сжимаемой толщи грунта и уменьшить объем расчета.

Расстояния в плане от граней балки до границ грунтового основания также принимались равными ширине балки, что соответствует гипотезе сопромата о распространении напряжений в материалах под углом  $45^{\circ}$  от точки нагружения.

Предполагалось, что грани моделирующего основание параллелепипеда (боковые и нижняя) закреплены жестко. Согласно принципу Сен-Венана, это допущение не должно существенно повлиять на распределение напряжений в основании, и, следовательно, на его деформации. Однако для верхней грани основания в зоне контакта с балкой следует использовать эластичное закрепление (в пакете ANSYS ему соответствует тип Elastic Support), т.к. свойства этой связи должны соответствовать жесткости основания, определяемой величиной коэффициента постели  $k$ .

Пакет ANSYS построен на методе конечных элементов, что подразумевает деление изучаемой области объекта исследования на совокупность подобластей, для чего генерируется расчетная сетка. Сетка с

---

большим количеством узлов позволяет находить более точное решение, но увеличивает время расчета и требования к ресурсам компьютера. Так как сетка, образованная треугольниками или тетраэдрами, легко покрывает объекты даже сложной геометрической формы, в нашей задаче был выбран метод разбиения сетки на тетраэдры (All tetrahedrons). С целью повышения точности решения, сетку измельчали в зоне контакта тел при помощи опции Contact sizing → Number of divisions.

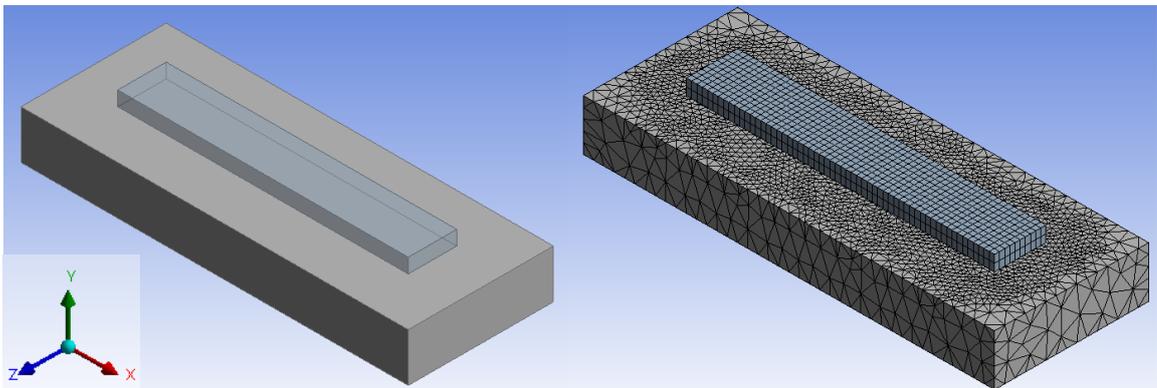


Рис.2. Геометрическая модель «балка-основание» и генерация расчетной сетки

Геометрическая модель изучаемого объекта и генерация расчетной сетки показаны на рисунке 2.

Поскольку в задаче нас интересуют только осадки грунтового основания, искомой величиной в расчете выступала деформация балки и основания под ней в направлении вертикальной оси Y. Результат расчета деформаций балки представлен на рисунке 3, основания – на рисунке 4.

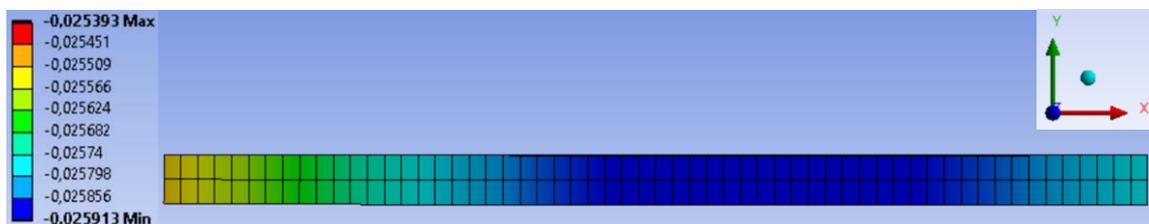


Рис.3. Результат расчета деформаций балки, м

Характер деформаций основания (рис. 4), подтверждает допущение гипотезы Винклера о том, что реакция основания возникает только непосредственно под нагруженной конструкцией, а за ее пределами отпора практически нет, а осадки резко уменьшаются.

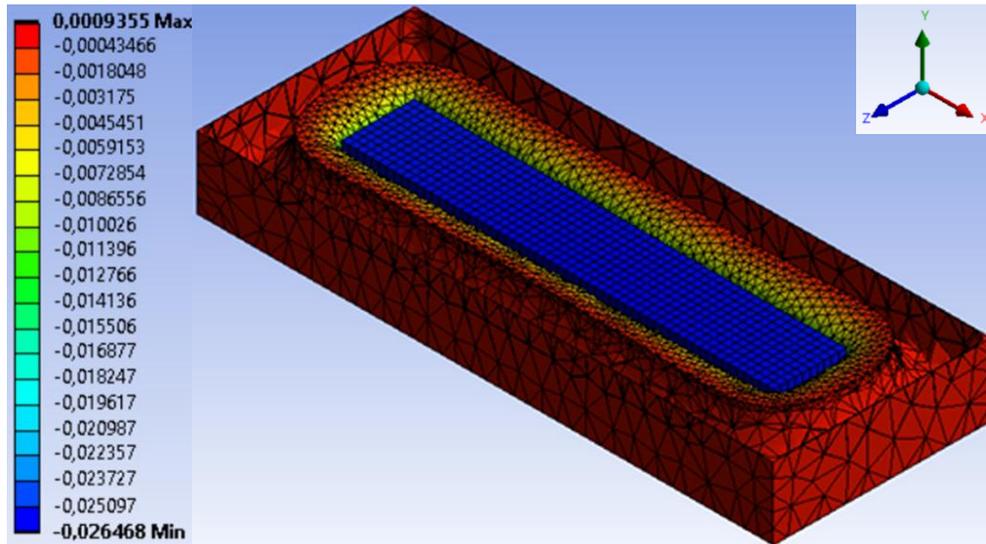


Рис.4. Результат расчета деформаций основания, м

Корректность полученных в ANSYS результатов подтверждается решением дифференциального уравнения изогнутой оси [8] рассматриваемой модели балки:

$$y''''(x) + 4\beta^4 y(x) = \frac{q(x)}{EI},$$

здесь:  $y$  - деформация (прогиб) балки (ось направлена вниз, рис. 1);

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{kb}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{258500 \cdot 1}{4 \cdot 19500000000 \cdot 0,00225}} = 0,196 \quad \text{м}^{-1} \quad - \quad \text{относительная}$$

жесткость основания;

$$k = \frac{E_0}{(1-\nu_0^2)H} = \frac{225000}{(1-0,36^2)1} = 258500 \quad \text{Н/м}^3 \quad - \quad \text{коэффициент постели};$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{1 \cdot 0,3^3}{12} = 0,00225 \quad \text{м}^4 \quad - \quad \text{момент инерии поперечного сечения балки};$$

$H = b = 1$  м - глубина сжимаемой толщи грунта.

Численное интегрирование уравнения выполнялось при помощи функций Крылова [9]. В этом случае общее решение имеет вид

$$y(x) = C_1 U_1(\beta x) + C_2 U_2(\beta x) + C_3 U_3(\beta x) + C_4 U_4(\beta x) + y^*(x),$$

где:  $C_1, C_2, C_3, C_4$  - постоянные интегрирования;

$U_1, U_2, U_3, U_4$  - функции Крылова;

$y^*(x)$  - частное решение неоднородного уравнения, зависящее от характера внешней нагрузки  $q(x)$ .

Балку разбивали на участки сечениями, расположенными с шагом 1 метр (рис. 1), в каждом сечении определяли оносительную координату  $\xi = \beta x$ , а по ней – значения функций Крылова.

Неизвестные постоянные интегрирования находили, задавая граничные условия на концах балки [9, 10]. Для балки со свободными концами:

- на левом конце  $x = 0, y'' = M_0 = 0, y''' = Q_0 = 0$  ;

- на правом конце  $x = l, y'' = M = 0, y''' = Q = 0$ .

Результаты расчета показаны в таблице 1.

Таблица 1

№ сечения	$x, \text{ м}$	$\beta x$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	Деформация $y, \text{ м}$	
							Метод Крылова	ANSYS
0	0	0	1,000	0,000	0,000	0,000	0,02428	0,02539
1	1	0,1959	0,9998	0,1999	0,0200	0,0024	0,02463	0,02556
2	2	0,3918	0,9957	0,3997	0,0800	0,0107	0,02566	0,02579
3	3	0,5877	0,9784	0,5974	0,1797	0,0360	0,02695	0,02591

Как видим, результаты моделирования в ПК ANSYS хорошо согласуются с результатом, полученным при использовании метода Крылова.

Таким образом, проведенное исследование показало, что моделирование процесса деформаций в ПК ANSYS может быть использовано для решения задач о расчете балок на упругом основании.

В связи с этим появляется интерес дальнейших разработок, данные которых позволят в будущем адаптировать программы компьютерного моделирования к решению задач строительства, снизить трудоемкость расчетов, и, следовательно, получить значительный экономический эффект.

## Литература

1. Коренёв Б. Г., Черниговская Е.И. Расчет плит на упругом основании. М.: Госстройиздат, 1962. 355 с.
2. Рабинович И. М. Курс строительной механики стержневых систем. Часть 2. М.: Госстройиздат, 1954. 547 с.
3. Жемочкин Б. Н. Практические методы расчёта фундаментных балок и плит на упругом основании. М.: Государственное изд-во литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам», 1962. 122 с.
4. Горбунов-Посадов М. И. Расчет конструкций на упругом основании. М.: Стройиздат, 1973. 628 с.
5. Hellers B. G. Centrally loaded infinite stripe on a single-layer elastic foundation. International Symposium «On civil engineering structures resting on soil and rocks». Сараево, Югославия, 1969. 137 с.
6. ANSYS Theory 14.0. User's Guide. Canonsburg: ANSYS Inc., 2011. 862 p.
7. Чмшкян А. В. Совершенствование методов расчета просадочных деформаций // Инженерный вестник Дона, 2012, №4(2). URL: [ivdon.ru/uploads/article/doc/chmshkyan.docx\\_1256.docx](http://ivdon.ru/uploads/article/doc/chmshkyan.docx_1256.docx)
8. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1976. 608 с.
9. Крылов А. Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании. Ленинград: Издательство АН СССР, 1931. 154 с.
10. Бандурин М. А., Бандурин В. А. Методы моделирования напряженно-деформированного состояния для определения остаточного ресурса железобетонного консольного водосброса при различных граничных условиях // Инженерный вестник Дона, 2013, №4. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_88A\\_bandurin.pdf\\_2039.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_88A_bandurin.pdf_2039.pdf)

## References

1. Korenev B.G., Chernigovskaya E.I. Raschet plit na uprugom osnovanii [Calculation of plats on an elastic foundation]. M.: Gosstrojizdat, 1962. 355 p.
2. Rabinovich I. M. Kurs stroitel'noj mexaniki sterzhnevyykh system. Chast' 2 [Course of structural mechanics of rod systems. Part 2]. M.: Gosstrojizdat, 1954. 547 p.
3. Zhemochkin B. N. Prakticheskie metody raschyota fundamentnykh balok i plit na uprugom osnovanii [Practical methods for calculating foundation beams and plats on an elastic foundation]. M.: Gosudarstvennoe izd-vo literatury po stroitel'stvu, arkhitekture i stroitel'nym materialam», 1962. 122 p.
4. Gorbunov-Posadov M. I. Raschet konstrukcij na uprugom osnovanii [Calculation of structures on an elastic foundation]. M.: Strojizdat, 1973. 628 p.
5. Hellers B. G. Centrally loaded infinite stripe on a single-layer elastic foundation. International Symposium «On civil engineering structures resting on soil and rocks». Sarajevo, Yugoslaviya, 1969. 137 p.
6. ANSYS Theory 14.0. User's Guide. Canonsburg: ANSYS Inc., 2011. 862 p.
7. Chmshkyan A. V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2012, №4 (2). URL: [ivdon.ru/uploads/article/doc/chmshkyan.docx\\_1256.docx](http://ivdon.ru/uploads/article/doc/chmshkyan.docx_1256.docx)
8. Belyaev N. M. Soprotivlenie materialov [Strength of materials]. M.: Nauka, 1976. 608 p.
9. Krylov A. N. O raschete balok, lezhashhih na uprugom osnovanii [On the calculation of beams lying on an elastic foundation]. Leningrad: Izdatel'stvo AN SSSR, 1931. 154 p.
10. Bandurin M. A., Bandurin V. A. Inzhenernyj vestnik Dona, 2013, №4. URL: [ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_88A\\_bandurin.pdf\\_2039.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_88A_bandurin.pdf_2039.pdf)