

О методах измерения малых индуктивностей для радиотехнических систем на кристалле

В.Г. Сапогин, Н.Н. Прокопенко, А.С. Будяков

Введение. Современные технологии создания IP – модулей и СФ-блоков систем на кристалле используют индуктивности, величины которых лежат в диапазоне от 0,1 нГн до 10 нГн [1-3] и применяются в схемах усилителей мощности [4], в составе активных фильтров СВЧ-диапазона [5-7], пассивных трансформаторов [8], устройствах оптической связи [9] и т.д. Как показано в [10], важнейшим физическим свойством цилиндрических круглых проводников, подводящих к индуктивности ток, является их погонная индуктивность. Проведённые в [10] расчёты указывают на то, что её значение складывается из двух составляющих: индуктивности, которая связана с потоком магнитного поля, возникающего в области протекания тока, и индуктивности, которая связана с магнитным полем, возникающим вне тока.

В связи с этим, полная погонная индуктивность круглого проводника зависит от двух параметров: постоянного значения токовой индуктивности $L_c/l = \mu_0/4\pi$ и безразмерного параметра среза поля $\xi_0 = r_0/R$, где l – длина проводника, r_0 – радиус среза поля, R – радиус проводника, μ_0 – магнитная постоянная.

При изменении параметра $\xi_0 = r_0/R$ в интервале от 5 до 100 приведённая полная индуктивность L_f/L_c изменяется в пределах от 4,2 до 10,2. Поскольку этот диапазон совпадает с диапазоном значений индуктивности, используемой в микросхемотехнике, то возникает проблема измерения малых индуктивностей. Она заключается в том, что погонная индуктивность может в несколько раз увеличить измеряемую индуктивность и, тем самым, исказить интерпретацию полученных результатов.

О методах измерения погонной индуктивности и параметра среза магнитного поля. Для более точного измерения погонной индуктивности и параметра среза магнитного поля предлагается следующий метод. К известной индуктивности L_0 подключаются симметрично участки круглого проводника одного диаметра, но с различной длиной l . Первый раз проводник имеет длину l_0 , а последний раз длину Nl_0 . Где N – число наращивания одинаковых секций. Схема наращивания индуктивности L_0 представлена на рис. 1, где a и b – клеммы подключения измерительного прибора (ИП).

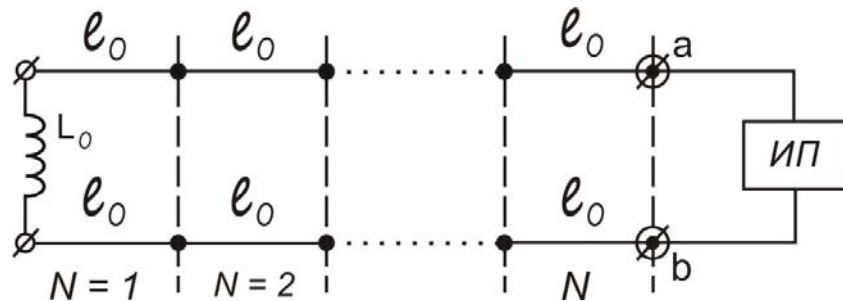


Рис. 1.- Схема наращивания индуктивности L_0

При проведении N наращиваний прибор даст N показаний: L_1, L_2, \dots, L_N . При первом измерении имеем значение индуктивности

$$L_1 = L_0 + 2l_0L_n. \quad (1)$$

При последнем измерении получим

$$L_N = L_0 + 2l_0NL_n. \quad (2)$$

Зная значения L_0, l_0 , можно получить связь для N измеренных значений погонной индуктивности. Значения L_N будут линейно нарастать с увеличением параметра N .

Применим метод наименьших квадратов (линейный регрессионный анализ). В нем линейная зависимость (2) заменяется уравнением

$$y = b_0 + b_1x, \quad (3)$$

где b_0 и b_1 – постоянные значения лучшей прямой, построенной в облаке экспериментальных точек, которые необходимо найти по методу

наименьших квадратов. Значения x пропорциональны длине $2l_0$, т.е. эквидистантны. Значение b_0 совпадает с L_0 а значение b_1 будет совпадать с неизвестным значением погонной индуктивности L_{II} . Тогда связь параметров (3) и (2) имеет вид

$$\begin{aligned}x_1 &= 2l_0; y_1 = L_1 = L_0 + 2l_0L_{II}, \\x_2 &= 4l_0; y_2 = L_2 = L_0 + 4l_0L_{II}, \\&\vdots \\x_N &= 2Nl_0; y_N = L_N = L_0 + 2Nl_0L_{II}.\end{aligned}\tag{4}$$

Из метода наименьших квадратов следует формула для вычисления среднего значения погонной индуктивности:

$$L_{II} = b_1 = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - N^2 \bar{x} \bar{y}}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (N\bar{x})^2},\tag{5}$$

где среднее значение $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$, а среднее значение $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$.

Для вычисления погрешности определения погонной индуктивности применяем соотношения:

$$\Delta L_{II} = \Delta b_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}},\tag{6}$$

$$\text{где } d_i = y_i - b_1 x_i - b_0,\tag{7}$$

$$D = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2.\tag{8}$$

По вычисленным значениям L_{II} и ΔL_{II} можно рассчитать вклад потоковой части в полную погонную индуктивность из соотношения, полученного в [1]

$$L_{II} = L_c (1 + 2 \ln \xi_0).\tag{9}$$

Относительную погрешность этого вклада можно оценить из формулы

$$\frac{\Delta \xi_0}{\xi_0} = \frac{2\pi}{\mu_0} \Delta L_{II}.\tag{10}$$

Из (10) следует, чем меньше оценка абсолютной погрешности определения погонной индуктивности, тем меньше относительная погрешность определения безразмерного параметра среза поля.

В случае отсутствия индуктивности $L_0=b_0=0$ (концы l_0 – закорочены) объём вычислений уменьшается, поскольку наилучшая прямая в облаке экспериментальных точек проходит через начало координат. Тогда (5) упрощается и имеет вид

$$L_{II} = b_1 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2}, \quad (11)$$

При этом формулы вычислений погрешности (6,7,8) остаются прежними.

О методе измерений индуктивности со значением, близким к 1 нГн.

При измерениях индуктивностей со значением порядка 1 нГн и меньше можно использовать предлагаемый ниже метод 2-х отсчетов. На рис. 2 показаны схемы измерений, где приняты те же обозначения, что и на рис. 1.

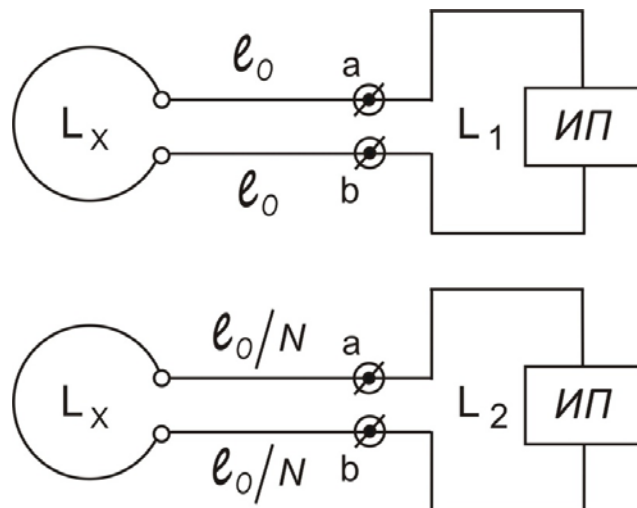


Рис. 2. - Схемы измерений индуктивности

Первый отсчет даёт приборное значение индуктивности L_1

$$L_1 = L_x + 2l_0 L_{II}. \quad (12)$$

Второй отсчет дает приборное значение индуктивности L_2

$$L_2 = L_x + 2l_0 L_{II} / N, \quad (13)$$

где N показывает, во сколько раз была укорочена первоначальная длина шлейфа.

Вычитая из (12) равенство (13), получим для погонной индуктивности

$$L_{II} = \frac{N(L_1 - L_2)}{2l_0(N-1)}, \quad (14)$$

а для неизвестной индуктивности

$$L_x = \frac{N}{N-1}(L_2 - L_1 / N). \quad (15)$$

Формула (14) может быть использована самостоятельно для реализации ещё одного метода измерения погонной индуктивности двумя отсчётами. Из неё следует погрешность измерений ΔL_{II} :

$$\Delta L_{II} = \sqrt{\left(\frac{\partial L_{II}}{\partial L_1}\right)^2 \Delta L_1^2 + \left(\frac{\partial L_{II}}{\partial L_2}\right)^2 \Delta L_2^2 + \left(\frac{\partial L_{II}}{\partial l_0}\right)^2 \Delta l_0^2}. \quad (16)$$

Вычислим частные производные в (16).

$$\frac{\partial L_{II}}{\partial L_1} = \frac{N}{2l_0(N-1)}, \quad \frac{\partial L_{II}}{\partial L_2} = -\frac{N}{2l_0(N-1)}, \quad \frac{\partial L_{II}}{\partial l_0} = -\frac{N(L_1 - L_2)}{2l_0^2(N-1)}. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16) и принимая во внимание, что приборная погрешность одинакова для двух измерений $\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L_0$, а погрешность измерения первоначальной длины шлейфа l_0 можно сделать малой, получим

$$\Delta L_{II} \approx \frac{\Delta L_0 N}{l_0(N-1)\sqrt{2}} = \frac{\Delta L_0}{l_0} f_1(N). \quad (18)$$

Из (18) видно, что погрешность измерения погонной индуктивности можно уменьшать увеличением первоначальной длины шлейфа и коэффициента его укорачивания. В табл. 1 приводятся значения функции $f_1(N)$ для разных коэффициентов укорачивания шлейфа N .

Таблица 1

Значения функции $f_1(N)$ для разных коэффициентов укорачивания N

N	2	3	4	5
-----	---	---	---	---

$f_1(N)$	1,41	1,06	0,94	0,88
----------	------	------	------	------

Формула (15) позволяет определить погрешность измерения неизвестной индуктивности L_x методом двух отсчётов

$$\Delta L_x = \sqrt{\left(\frac{\partial L_x}{\partial L_1}\right)^2 \Delta L_1^2 + \left(\frac{\partial L_x}{\partial L_2}\right)^2 \Delta L_2^2}. \quad (19)$$

Вычисляя частные производные, и считая, что приборная погрешность одинакова для двух измерений $\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L_0$, получим

$$\Delta L_x = \Delta L_0 \frac{\sqrt{N^2 + 1}}{N - 1} = \Delta L_0 f_2(N). \quad (20)$$

Как видно из (20) с ростом коэффициента укорачивания погрешность измерения неизвестной индуктивности приближается к приборной погрешности. В табл. 2 приведены значения функции $f_2(N)$ для разных коэффициентов укорачивания шлейфа N .

Таблица 2

Значения функции $f_2(N)$ для разных коэффициентов укорачивания N

N	2	3	4	5
$f_2(N)$	2,24	1,58	1,37	1,27

Для неизвестной индуктивности L_x существует ещё одна возможность её измерения методом двух отсчётов при использовании другого соотношения, в которое входит среднее значение двух приборных измерений:

$$L_x = \frac{L_1 + L_2}{2} - l_0 L_{II} (N + 1) / N. \quad (21)$$

Из (21) видно, что погрешность измерения L_x , зависит от четырёх переменных. Общая формула для вычисления погрешности имеет вид

$$\Delta L_x = \sqrt{\left(\frac{\partial L_x}{\partial L_1}\right)^2 \Delta L_1^2 + \left(\frac{\partial L_x}{\partial L_2}\right)^2 \Delta L_2^2 + \left(\frac{\partial L_x}{\partial l_0}\right)^2 \Delta l_0^2 + \dots} \quad (22)$$

Вычислим частные производные в (22)

$$\frac{\partial L_x}{\partial L_1} = \frac{1}{2}, \quad \frac{\partial L_x}{\partial L_2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{\partial L_x}{\partial l_0} = -\frac{L_{II}(N+1)}{N}, \quad \frac{\partial L_x}{\partial L_{II}} = -\frac{l_0(N+1)}{N}. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22) и считая, что приборная погрешность одинакова для двух измерений $\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L_0$, а погрешность измерения погонной индуктивности пренебрежимо мала по сравнению с приборной погрешностью, получим

$$\Delta L_x = \sqrt{\frac{\Delta L_0^2}{2} + \left[\frac{L_{II}(N+1)}{N}\right]^2 \Delta l_0^2}. \quad (24)$$

Удовлетворительные измерения можно проводить в том случае, если слагаемые под радикалом (24) дают примерно одинаковые погрешности

$$\frac{\Delta L_0}{\sqrt{2}} = \frac{L_{II}(N+1)}{N} \Delta l_0. \quad (25)$$

В этом случае погрешность измерения неизвестной индуктивности совпадает с приборной погрешностью $\Delta L_x = \Delta L_0$.

Из равенства (25) можно оценить требуемую погрешность измерения ΔL_0 в зависимости от N и выбрать прибор, измеряющий начальную длину шлейфа

$$\Delta l_0 = \frac{\Delta L_0 N}{\sqrt{2} L_{II}(N+1)} = \frac{\Delta L_0}{\sqrt{2} L_{II}} f_3(N). \quad (26)$$

Если в (26) подставить $L_{II}=1$ нГн/см, а $\Delta L_0=0,01$ нГн, то Δl_0 можно выразить в микрометрах

$$\Delta l_0 = 70,7 f_3(N). \quad (27)$$

Зависимость погрешности Δl_0 от N представлена в таблице 3.

Таблица 3

Значения функции Δl_0 от N для разных коэффициентов укорачивания N

N	2	3	4	5
$\Delta l_0(\text{мкм})$	47	53	57	59

Из табл. 3 видно, что при $N=2$ погрешность измерения длины шлейфа $\Delta l_0=47$ мкм, а при $N=5$ – 59 мкм. Такая погрешность измерения длины требует привлечения штангенциркуля. Увеличение начальной базовой длины шлейфа l_0 до 5 см даст хорошие результаты.

Вычисление относительной погрешности по формуле (21) указывает на существенный недостаток рассмотренного способа:

$$\delta = \frac{\Delta L_x}{L_x}. \quad (28)$$

Как видно из (28) и (21), относительная погрешность может быть достаточно большой за счёт возможной особенности знаменателя (28). Чтобы избежать этого, нужно положить

$$\frac{L_1 + L_2}{2} = 2l_0 L_{II} \frac{N+1}{N}. \quad (29)$$

Тогда

$$L_x \approx l_0 L_{II} \frac{N+1}{N}. \quad (30)$$

С учётом значения погонной индуктивности значение $L_x \sim 1$ нГн можно измерять при значениях начальной длины шлейфа, взятой в миллиметрах

$$l_0 \approx \frac{10N}{N+1}. \quad (31)$$

При $N=2$ $l_0=6,6$ мм, а при $N=5$ – $l_0=8,3$ мм. Малое значение ΔL_x может быть обеспечено измерением длин шлейфа микрометром.

Выводы.

1. Предложен метод измерения погонной индуктивности и параметра среза магнитного поля, использующий в своей основе обработки результатов

измерений линейную регрессию. Метод заключается в том, что к известной индуктивности L_0 подключаются одинаковые участки круглого проводника с одним диаметром, но различной длиной l_0 . Нарращивание индуктивности производят N раз по участку $2 l_0$.

Показано, что коэффициенты наилучшей прямой, лежащей в облаке экспериментальных точек, совпадают: один – со значением известной индуктивности, а другой – с погонной индуктивностью.

2. Предложен метод двух отчетов, применяемый для измерения индуктивностей порядка 1 нГн и меньше.

Он заключается в проведении двух измерений: первый раз измерение индуктивности проводится на длине шлейфа l_0 , а второй раз – на длине шлейфа, укороченной в N раз.

Получена формула для расчета погрешности неизвестной индуктивности, в которой подбором параметров удастся добиться измерения неизвестной индуктивности с погрешностью прибора.

Показано, что требуемая погрешность измерения начальной длины шлейфа для $N=2$ и $N=5$ находится в диапазоне десятков микрометров. Ее удаётся уменьшить применением для измерения длины шлейфа микрометра.

Сделана оценка начальной длины шлейфа l_0 , которая для $N=2$ и $N=5$ составляет значения 6,6 мм и 8,3 мм соответственно.

Работа выполнена по гранту РФФИ проект №12-08-00654-А.

Литература:

1. Tatiana Gaevskaya, Victor Karpovich, and Valentina Rodionova. High Q-Factor Wideband Resonators for Millimeter and Submillimeter Applications [Текст]: Hindawi Publishing Corporation. International Journal of Microwave Science and Technology. - Volume 2012 (2012), Article ID 842489, 3 pages, doi:10.1155/2012/842489, <http://www.hindawi.com/journals/ijmst/2012/842489/>

2. Kevni Büyüktas, Klaus Koller, Karl-Heinz Müller, and Angelika Geiselbrechtinger. A New Process for On-Chip Inductors with High Q-Factor Performance [Текст]: Hindawi Publishing Corporation. International Journal of Microwave Science and Technology. - Volume 2010 (2010), Article ID 517187, 9 pages, doi: 10.1155/2010/517187, <http://www.hindawi.com/journals/ijmst/2010/517187/>

3. Patent WO 98/50956, International Patent Classification: H01L 29/00. Patterned ground shields for integrated circuit inductors [Текст]: Inventors: Yue C Patrick; Wong S Simon; Applicant: The Board of Trustees of the Leland Stanford Junior University. – Priority Data: 60/045,416, 02.05.97. – Pub. Date: 12 November 1998

4. А.С. Будяков, Е.М. Савченко, А.А. Пронин, П.А. Козынько СВЧ монолитная интегральная схема усилителя мощности на основе кремниевой технологии с выходной мощностью 1 Вт на частоте 800 МГц [Текст]: Всероссийская научно-техническая конференция "Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС-2010)". Сборник трудов /- М: 4-8 октябрь, 2010. – С. 577-582

5. Krutchinsky S., Prokopenko N. High-Frequency Sections of Active Filters of Mixed-Signal SoC Based on Current Amplifiers [Текст]: SRN Electronics, Volume 2012 (2012), Article ID 319896, 6 pages, doi:10.5402/2012/319896, <http://www.isrn.com/journals/electronics/2012/319896/>

6. Крутччинский С.Г., Устинова Е.С., Будяков П.С., Прокопенко Н.Н. Высокочастотные полосовые RC фильтры на основе повторителей тока [Электронный ресурс] // Инженерный вестник Дона. 2012. №3, Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/1035> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

7. Крутччинский С.Г., Прокопенко Н.Н., Сухинин Б.М., Будяков П.С. Высокочастотные SiGe-избирательные усилители с узкой полосой пропускания [Электронный ресурс] // Инженерный вестник Дона. 2012. №3,

Режим доступа: <http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n3y2012/1031> (доступ свободный) – Загл. с экрана. – Яз. рус.

8. Patent EP 1866937, Int Cl.: H01F 5/00, H01F 27/28, H01L 21/20, H01L 29/00. Integrated circuit transformer devices for on-chip millimeter-wave applications [Текст]: Inventors: Goren David [IL]; Pfeiffer Ullrich R [US]; Sheinman Benny [IL]; Shlafman Shlomo; Applicant: IBM [US]. – Priority: 08.04.2005 US 102292; Pub. Date: 21.11.2012

9. United States Patent Application 20030214378, Current U.S. Class: 336/200, International Class: H01F 005/00. Accurate multi-ground inductor for optical communication circuits [Текст]: Inventors: Tung, John C.; (*Cupertino, CA*); Zhang, Minghao (Mary); (*Cupertino, CA*); Assignee: Qantec Communication, Inc., Cupertino, CA. – Appl. No.: 10/146,854. – Filed: Mae 15, 2002. - Pub. Date: November 20, 2003

10. Сапогин В.Г., Прокопенко Н.Н., Марчук В.И., Манжула В.Г. Погонная индуктивность цилиндрических проводников с аксиальной плотностью тока в сложных функциональных блоках [Текст]: Инженерный вестник Дона. №4. Северо-Кавказский научный центр высшей школы Южного федерального университета. Ростов-на-Дону. 2012 г.