

Метод факторного анализа иерархий

И.Н. Мощенко, Е.В. Пирогов

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: Работа посвящена дальнейшему расширению метода анализа иерархий (МАИ). В его классическом варианте иерархическая структура целей, факторов, критериев и альтернатив задается заранее. Расчет приоритетов на каждом уровне проводится на основе матриц парных сравнений, получаемых экспертным методом. В работе предлагается таблицу иерархии приоритетов строить непосредственно по прямым измерениям, проводимым в целевой аудитории. Для чего на основе первичных данных, полученных анкетированием, проводится ранее разработанная авторами последовательная иерархическая факторизация. В результате такой процедуры выявляется полная иерархическая структура целей, факторов и критериев, начиная с первичных признаков и заканчивая интегральным целевым фактором всей задачи. Кроме того, для каждого выявленного уровня определяются матрицы факторных нагрузок, позволяющие рассчитать локальные приоритеты факторов. Их глобальные приоритеты относительно цели определяются на основе принципа синтеза МАИ. Предлагаемая методика иллюстрируется на примере анализа восприятия студентами ЮФУ различных сторон образовательного процесса, проведенного на основе обширного анкетирования 2015 г.

Ключевые слова: метод анализа иерархий, анкетирование, последовательная иерархическая факторизация, таблица иерархии факторов, локальные приоритеты, синтез МАИ, глобальные приоритеты, восприятие, образовательный процесс/

Для исследования многофакторных, многокритериальных проблем в социологии используются несколько подходов. В данной работе рассматриваются два из них. Первый рассматриваемый подход имеет длинную историю. Он начал развиваться в рамках тестовой традиции в психологии в начале прошлого столетия и практически сформировался к середине века [1]. Тестовый подход используется (и не только в психологии, но и в социологии, политологии, в экономике, и других науках) когда надо выявить отношение респондента к сложному многостороннему процессу или объекту. Прямой интегральный показатель для него, если он и существует, респонденты не могут адекватно оценить. В этой ситуации проводят опрос по ряду параметров, характеризующих исследуемое явление с разных сторон [1]. Обычно ответы на различные вопросы коррелируют между собой. И факторный анализ развивался как способ выявления латентных факторов, стоящих за этой корреляцией. При этом ни вид, ни количество этих скрытых

параметров заранее не постулируется, а определяются из статистических свойств экспериментальной выборки, что является несомненным достоинством метода, способствующим его широкому распространению в различных областях науки. Как обычно, продолжением достоинств являются имеющиеся недостатки. Главный из них для рассматриваемой технологии – затруднение с явной интерпретации выявленных факторов. Последние получаются как взвешенная сумма первичных показателей. Если тестовые переменные при этом разбиваются на ряд классов, по отдельности входящих в различные факторы, то по содержанию еще можно интерпретировать природу последних. К сожалению, такое случается очень редко, в основном в каждом факторе оказываются замешаны все показатели. Более подробно этот недостаток обсудим позже.

Второй подход к многокритериальным задачам, рассматриваемый в данной работе появился около 50-ти лет назад. Он развивался группой американских математиков и социологов под руководством Т. Саати [2-4]. Первоначально эта технология разрабатывалась для решения различных управленческих проблем. Она позволяла прояснить цель и синтезировать управленческий и операционный опыт, обеспечивая сквозную методологию планирования и получение оптимальных решений. Впоследствии рамки ее были значительно расширены до разнообразного круга проблем, связанного с выбором одной альтернативы из нескольких, прогнозированием сценариев, распределением ресурсов, реинженерингом, контролем качества различных объектов и т.д. В западной литературе разработанная группой Саати технология получила название аналитический иерархический процесс (Analytic Hierarchy Process - АНП) [2-4]. У нас больше используется термин метод анализа иерархий (МАИ) [4], и дальше будем употреблять только его.

Это подход реализуется в три этапа. На первом исследователи организуют связанную с проблемой комплексную информацию в

иерархическую модель, которая состоит из цели, критериев и альтернатив. В таблице 1 для примера приведена такая иерархическая модель факторов, использованная нами для минимизации кадровых рисков в малых некоммерческих IT-проектах [5,6]. Более конкретно – при разработке в рамках МАИ техники отбора кандидатов в команду разработчиков программных продуктов и дальнейшего мониторинга их степени соответствия.

Таблица 1.

Иерархия критериев пригодности

1 Уровень - Степень пригодности кандидата	Цель: Оценка степени пригодности Критерий: Общая степень пригодности кандидата	
2 Уровень - Факторы	1. Техника	2. Увлеченность
3 Уровень - Ресурсы	а. Время на проект б. Уровень профессионализма в. Производительность г. Техническая обеспеченность	а. Вовлеченность б. Климат в коллективе в. Темперамент г. Значимость проекта

В этой задаче главным критерием (поставленным на первый уровень) была общая степень пригодности кандидатов (или членов команды на последующих этапах) для проекта. Следует отметить, что рассматривались образовательные проекты, выполняемые силами студентов, которые еще не вышли на высокий профессиональный уровень по разработке ПО. Именно в ходе выполнения проекта они должны были достичь этого уровня. Все это определяло особенность используемых критериев [6]. Из общей степени пригодности мы выделили два компонента, технический и творческий (степень увлеченности проектом), которые были размещены на втором уровне. Эти составляющие в свою очередь были разбиты на ряд слагаемых, показанных на третьем уровне иерархии. Почему были выбраны именно

такие критерии, мы здесь обсуждать не будем. Отметим только, что выявление доминантных иерархий страдает субъективизмом, оно зависит во многом от теоретических представлений и предпочтений исследователя, и для другого эксперта список элементов на всех уровнях наверняка был бы иным. В некоторых частных случаях предпринимались попытки разработать объективный алгоритм для построения иерархии критериев [7], но до конца субъективизм в них не был преодолен.

На втором этапе МАИ экспертным опросом формируются матрицы парных сравнений. Они показывают насколько один фактор данного уровня больше (или меньше) другого по вышележащему критерию. На основе этих матриц сравнительных суждений рассчитываются локальные приоритеты, отражающие относительную значимость факторов. В табл. 1 не показан еще один уровень, исследуемых объектов, для которых надо оценить глобальную значимость по отношению к верхнему критерию. В качестве таких объектов могут выступать и различные сценарии выполнения определенного процесса, из которых надо выбрать оптимальные. Каждый из этих объектов характеризуется по всем критериям нижнего уровня числовым показателем от 0 до 1. В нашем случае это кандидаты в команду разработчиков, соответствующая таблица их характеристик приведена в [6,7].

На третьем этапе, исходя из принципа иерархической композиции, обратной мультипликацией этих характеристик объектов и локальных приоритетов получают оценки значимости кандидатов по критериям всех уровней, вплоть до верхнего, глобального. В нашем случае глобальный приоритет претендентов означает их степень соответствия целям и задачам проекта, по которой и проводят отбор команды на первом этапе или мониторинг ее членов впоследствии.

Больше мы останавливаться на описании этого примера мы не будем, отсылаю читателей к [5,6]. Тем более что одна из цитируемых работ

опубликована в этом же номере журнала. Свою роль этот пример в работе выполнил. Проиллюстрировано, что в МАИ используемые факторы имеют явный предметный смысл, связанный с их составляющими. Это выгодно отличает такую технологию от методик факторного анализа. С другой стороны, в отличие от последнего, факторы в МАИ определяются самим исследователем, не опираясь на мнение целевой аудитории.

Таким образом, по своим достоинствам и недостаткам такие два подхода как МАИ и факторный анализ в некотором смысле диаметрально противоположны. То, что хорошо отработано в одном методе, во втором не развито и ограничено, и наоборот. В настоящей работе предлагается технология исследования, объединяющая сильные стороны обоих подходов.

Как мы уже неоднократно упоминали, главный недостаток факторного анализа – трудность явной интерпретации выявленных латентных переменных. В любом варианте этого метода все первичные признаки одновременно факторизируются, и выявленные факторы представляются в виде взвешенной суммы исходных данных. При этом, чаще всего, разделения этих данных по факторам не происходит и природа последних непонятна. Разработаны методы различных вращений факторного пространства, с надеждой на возможность такого разделения [1], но эта надежда обычно не оправдывается.

Для устранения этого недостатка ранее нами была предложена несколько иная процедура факторизации, названная последовательно-параллельной [8-10]. Суть ее заключается в том, что все первичные показатели разбиваются на подгруппы, для каждой из которых вычисляются латентные факторы (классическим методом факторизации). Работа проводится простым перебором вариантов, выявляются подгруппы с максимальным числом первичных элементов. При этом основной критерий объединения первичных показателей в один комплект – 100% их дисперсии

должно описываться одним латентным фактором. Желательно, конечно, чтобы эти показатели были также однотипны в социологическом плане.

Полученные таким образом факторы первого уровня чаще всего между собой коррелируют. Для них повторяется аналогичная процедура, и выявляются факторы второго уровня, потом третьего и т.д., пока не выйдем на один интегральный показатель. В результате в конечном итоге получаем иерархическую факторную структуру, характеризующую исследуемое явление с различных сторон. Эта методика разрабатывалась нами вначале при анализе социально-политических процессов, таких как уровня студенческой конфликтности и восприятия ими политических порядков [8-10]. Впоследствии предложенная технология была обобщена и на другие социальные объекты. К примеру, она использовалась нами при изучении отношения студенчества ЮФУ к образовательному процессу.

В основу исследования были положены результаты анкетирования, проведенного среди обширной аудитории [11-13]. Всего было опрошено около четырех тысяч студентов (3674 человека), по основным статистическим параметрам выборка была полностью репрезентативна. Анкета состояла из 18 вопросов, по которым студенты оценивали качество образовательных услуг ЮФУ. Краткие наименования этих первичных показателей, отражающих сущность вопроса, приведены в таблице 2. Ниже названия показаны номера, которые мы будем использовать в статье для сжатого обозначения показателя.

По полученным результатам был проведен факторный анализ классическим методом. Он показал хорошую коррелированность и сжимаемость (по количеству факторов) исходных данных. К примеру, четыре фактор описывают 97% дисперсии исходных данных. Другими словами, для проведения оценок с уровнем достоверности 97% все первичные признаки можно заменить предложенными 4-мя факторами. Социальную природу этих

латентных показателей выявить не удалось, в них входят все первичные признаки примерно с одинаковым весом.

Таблица 2.

Первичные признаки.

Наим.	Содержание курсов	Актив на занятиях	Доступность	Нир	Учебники	Мультимедиа
N	1	2	3	4	5	6
Наим.	Объективность	Консультации	Курсовые	Уч.график	Вежливость	Аудитории
N	7	8	9	10	11	12
Наим.	Куратор	Информированность	Практики	Самооценка	Рекомендация	Удовлетворенность
N	13	14	15	16	17	18

По этой причине нами была проведена вышеописанная последовательно-параллельная факторизация. Получено, что исходные 18 показателей на первом уровне группируются в четыре комплекта, каждый из которых описывается одним фактором. Эти подгруппы характеризуют: 1) оценку уровня организации учебного процесса (F1); 2) оценку материально-технического и информационного обеспечения (F2); 3) оценку работы профессорско-преподавательского состава (F3); 4) косвенные показатели удовлетворенности обучением. Здесь в скобках показаны используемые в данной работе краткие идентификаторы факторов, полные имена соответствуют вышеназванным подгруппам.

По выявленным индексам первого уровня была также проведена факторизация, Она показала, что они в свою очередь могут быть сжаты, сведены к одному фактору второго уровня, играющего в данном случае роль интегрального показателя восприятия студенчеством образовательного

процесса. Полученная общая иерархическая структура факторов приведена на рисунке 1 (взятом из [13]).

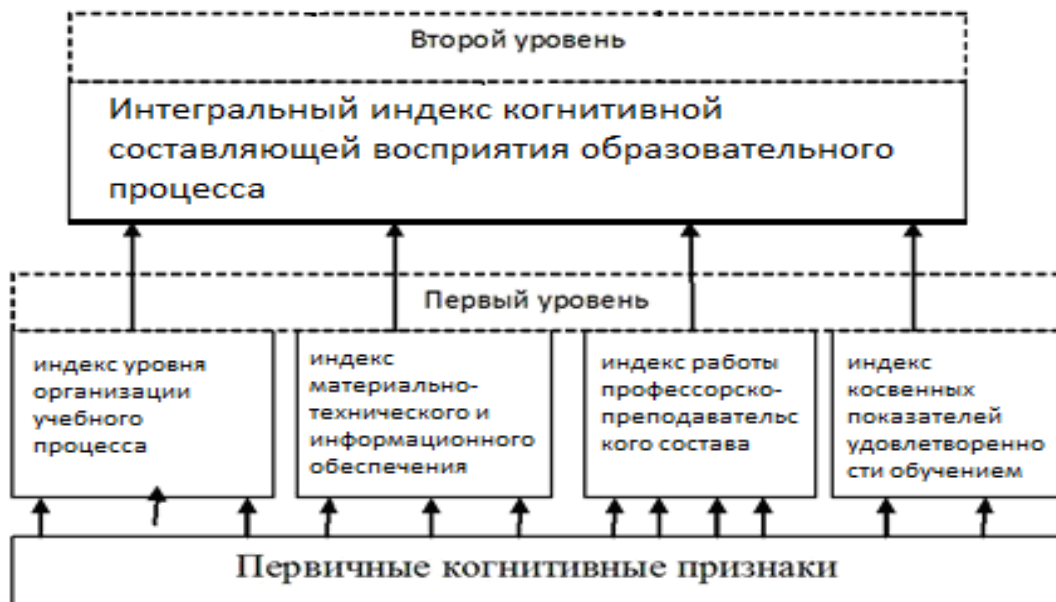


Рисунок 1. Блок-схема иерархии выявленных индексов восприятия образовательного процесса.

Эта структура напоминает таблицы доминантных иерархий, получаемых в МАИ (см. табл. 1), за исключением порядка нумераций уровней, что связано с порядком выявления факторов. В МАИ анализ критериев начинается с главного, сверху. В предлагаемом варианте анализа наоборот, факторы вычисляются от первичных признаков и вверх. Следует отметить, что между этими двумя технологиями прослеживается более глубокое соответствие, не только по внешнему виду иерархической структуры.

В МАИ следующий этап после выявления доминантных иерархий – проведение экспертного опроса и получения матриц парного сравнений показателей для каждого уровня [6]. Они нужны для того, чтобы рассчитать локальные приоритеты факторов каждого уровня относительно вышележащих критериев.

С другой стороны, в предлагаемой нами методике факторы первого уровня F_i выражаются через первичные признаки P_j и через матрицу факторных нагрузок $|a_{ij}|$:

$$F_i = \sum a_{ij} * P_j; \quad i=1 \dots 4.$$

при этом квадрат факторных нагрузок $(a_{ij})^2$ определяет вклад P_j признака в F_i фактор. Он пропорционален значимости этого признака в данной подгруппе, определяемой вышележащим фактором F_i . Нормируя набор квадратов в каждой подгруппе на единицу, получим локальные приоритеты соответствующих первичных элементов по отношению к вышележащему критерию (см. табл. 3). Аналогичным образом для второго уровня интегральный фактор V_k записывается по следующей формуле:

$$V_k = \sum b_i * F_i; \quad i=1 \dots 4.$$

где b_i - соответствующие факторные нагрузки. Как и ранее их квадрат $(b_i)^2$ в свою очередь определяет вклад F_i фактора в интегральный индекс V_k и локальные приоритеты второго уровня, приведенные в табл. 4. С построением локальных приоритетов наша задача полностью выходит на уровень МАИ.

Теперь мы можем провести этап иерархической композиции или синтеза [2-4,6], получая обратной мультипликацией уже глобальные приоритеты первичных признаков относительно критерия верхнего уровня (общего восприятия образовательного процесса). Они представлены в таблице 5, причем исходные показатели расположены в порядке возрастания уровня восприятия.

Каждый первичный показатель отражает какую-то сторону образовательного процесса. Выявленные для них глобальные приоритеты есть не что иное, как оценка студентами значимости вклада этой стороны во весь процесс, которая зачастую может отличаться от представления администрации.

Таблица 3.

Состав факторов первого уровня и локальные приоритеты первичных показателей.

Фактор	F1				F2				
Признак	2	3	4	15	6	7	10	14	17
Приоритет	0,324	0,252	0,157	0,265	0,180	0,218	0,180	0,206	0,213
Фактор	F3					F4			
Признак	8	9	11	13	16	1	5	12	18
Приоритет	0,279	0,217	0,248	0,105	0,149	0,276	0,223	0,219	0,280

Таблица 4.

Локальные приоритеты второго уровня.

F1	F2	F3	F4
0,223524	0,324169	0,251146	0,20116

Таблица 5.

Ранжирование первичных признаков образовательного процесса по глобальным приоритетам относительно .

Признак	2	7	8	17	14	11	15	6	10	3	18	1	9	5	12	16	4	13
Приоритет	0,072	0,071	0,070	0,069	0,067	0,062	0,059	0,058	0,057	0,056	0,056	0,055	0,054	0,044	0,044	0,037	0,035	0,026

Полученные результаты позволяют проводить наиболее оптимальное планирование мероприятий по улучшению учебного процесса, делая акценты на более важные (с точки зрения восприятия студентов) стороны. Следует отметить, что в МАИ кроме системы доминантных иерархий (см. табл. 1 и рис. 1) и локальных приоритетов для них (табл. 3, 4), всегда есть уровень исследуемых объектов. В качестве таких объектов выступают либо

различные сценарии выполнения определенного процесса, либо действительно различные социальные и производственные объекты [6]. Для рассматриваемого случая это могут быть именно сценарии работы, направленной на улучшения качества образовательных услуг. В каждом из них должен задаваться вес тех сторон образовательного процесса (из табл. 2), которые планируется затрагивать. Интегрально в таблице весов могут быть учтены бюджетные, ресурсные, политические и т.д. факторы. На этапе иерархического синтеза из этой таблицы и локальных приоритетов выявятся оценки значимости сценариев, как по критериям первого уровня, так и по интегральному фактору второго уровня.

Таким образом, в работе показано, что предложенный нами ранее метод последовательно-параллельной факторизации легко сводится к технологии Т. Саати. Более того, в нем доминантные иерархии не задаются заранее, а выявляются непосредственно по прямым измерениям, проводимым в целевой аудитории. Локальные приоритеты определяются не по матрице парных сравнений, как в МАИ, а по матрице факторных нагрузок. Далее можно полностью использовать все приемы и способы исследования, разработанные в МАИ. Конечно, есть и некоторые отличия. Любой факторный анализ ориентирован на статистически значимые выборки, для обработки данных, получаемых экспертным опросом, он не годится. Использование в МАИ только экспертного опроса в некоторых ситуациях является преимуществом. Но предложенная нами последовательно-параллельная факторизация может быть использована и в такой ситуации.

Для того, чтобы сохранить преимущества обоих подходов исследование предполагается проводить в несколько этапов. На подготовительном этапе группа экспертов определит показатели нижнего уровня в соответствии с МАИ. Следующий этап состоит из пилотажного исследования. Используя результаты анкетирования, мы можем перейти к



третьему этапу, в котором применим метод последовательно-параллельной факторизации. Таким образом, мы учитываем и человеческий фактор в виде экспертного мнения в МАИ, и беспристрастную статистику факторного анализа.

Выполнено по гранту ЮФУ № ВИГр-07/2017-20.

Литература

1. Толстова Ю.Н. Измерение в социологии: Курс лекций. М.: Инфра-М, 1998. 224 с.
2. Saaty T.L. An Eigenvalue Allocation Model for Prioritization and Planning. Energy Management and Policy Center, University of Pennsylvania, 1972. Pp. 28-31.
3. Saaty T.L. and Rogers P.C. Higher Education in the United States (1985-2000): Scenario Construction Using a Hierarchical Framework with Eigenvector Weighting. Socio-Econ. Plan. Sci., V.10, no 6.1976. Pp. 251-263.
4. Ожиганов Э.Н. Моделирование и анализ политических процессов. М.: РУДН. 2009. С.189.
5. Мощенко И.Н., Пирогов Е.В. Использование метода анализа иерархии при оценке кадровых рисков в малых некоммерческих проектах. В сборнике: КОГНИТИВНЫЙ АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ Материалы I Всероссийской научной конференции (с международным участием) молодых ученых, аспирантов, студентов, магистрантов. Ростов-на-Дону. 2017. С. 72-76.
6. Мощенко И.Н., Пирогов Е.В. К выбору оценочной шкалы в методе анализа иерархий. Инженерный вестник Дона, 2017, №4 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4725.

7. Цвелик Е.А. Метод построения иерархии критериев на основе онтологического анализа систем. Инженерный вестник Дона, 2013, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/1971.
 8. Мощенко И.Н., Алботов А.М. Агентно-ориентированная модель конфликтогенности студенчества КЧР. Инженерный вестник Дона, 2015, №2 ч.2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3177.
 9. Розин М.Д., Мощенко И.Н., Дебиев М.В. Многоагентная стохастическая модель восприятия политических процессов студенчеством Чеченской Республики (по данным 2015 г.). Инженерный вестник Дона, 2016, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3697.
 10. Мощенко И.Н., Бугаян И.Ф. Многоуровневая модель латентной конфликтогенности студенчества РГСУ (по данным на середину 2014 г.). Инженерный вестник Дона, 2016, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2016/3616.
 11. Брайко Д.Н. Социальный портрет современного жителя Ростова-на-Дону// Актуальные проблемы моделирования, проектирования и прогнозирования социальных и политических процессов в мультикультуральном пространстве современного общества. Ростов-на-Дону.: Изд-во Фонд науки и образования, 2015. Сс.127-133.
 12. Алекперова Т.В., Ващенко О.А., Топорков Г.А., Иванова М.И., Брайко Д.Н. Внутренняя структура когнитивного процесса восприятия студенчеством ЮФУ образовательного процесса. В сборнике: Актуальные проблемы моделирования, проектирования и прогнозирования социальных и политических процессов в мультикультуральном пространстве современного общества 2017. Сс. 42-47.
 13. Мощенко И.Н., Пирогов Е.В. Анализ значимости различных сторон образовательного процесса для студентов ЮФУ. В сборнике:
-



КОГНИТИВНЫЙ АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ Материалы I Всероссийской научной конференции (с международным участием) молодых ученых, аспирантов, студентов, магистрантов. Ростов-на-Дону.2017. С. 67-72.

Referances

1. Tolstova Ju.N. Izmerenie v sociologii: Kurs lekcij [Measurement in Sociology: lectures]. M.: Infra-M, 1998. 224 p.
2. Saaty T.L. An Eigenvalue Allocation Model for Prioritization and Planning. Energy Management and Policy Center, University of Pennsylvania, 1972. Pp. 28-31.
3. Saaty T.L. and Rogers P.C. Higher Education in the United Sates (1985-2000): Scenario Construction Using a Hierarchical Framework with Eigenvector Weighting. Socio-Econ. Plan. Sci., V.10, no 6.1976. Pp. 251-263.
4. Ozhiganov E.N. Modelirovanie i analiz politicheskikh protsessov [Modeling and analysis of political processes]. M.: RUDN. 2009. 189 p.
5. Moshchenko I.N., Pirogov E.V. KOGNITIVNYY ANALIZ SOTSIAL'NYKH PROBLEM Materialy I Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii (s mezhdunarodnym uchastiem) molodykh uchenykh, aspirantov, studentov, magistrantov. Rostov-na-Donu. 2017. Pp. 72-76.
6. Moshchenko I.N., Pirogov E.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2017/4725.
7. Tselik E.A. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2017, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2013/1971.
8. Moshchenko I.N., Albotov A.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2015, №2 p.2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3177.



9. Rozin M.D., Moshchenko I.N., Debiev M.V. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2016, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2016/3697.
10. Moshchenko I.N., Bugayan I.F. Inzhenernyj vestnik Dona (Rus), 2016, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2016/3616.
11. Brayko D.N. Aktual'nye problemy modelirovaniya, proektirovaniya i prognozirovaniya sotsial'nykh i politicheskikh protsessov v mul'tikul'tural'nom prostranstve sovremennogo obshchestva. Rostov-na-Donu.: Izd-vo Fond nauki i obrazovaniya, 2015. Pp. 127-133.
12. Alekperova T.V., Vashchenko O.A., Toporkov G.A., Ivanova M.I., Brayko D.N. Aktual'nye problemy modelirovaniya, proektirovaniya i prognozirovaniya sotsial'nykh i politicheskikh protsessov v mul'tikul'tural'nom prostranstve sovremennogo obshchestva 2017. Pp. 42-47.
13. Moshchenko I.N., Pirogov E.V. KOGNITIVNYY ANALIZ SOTSIAL'NYKH PROBLEM Materialy I Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii (s mezhdunarodnym uchastiem) molodykh uchenykh, aspirantov, studentov, magistrantov. Rostov-na-Donu.2017. Pp. 67-72.